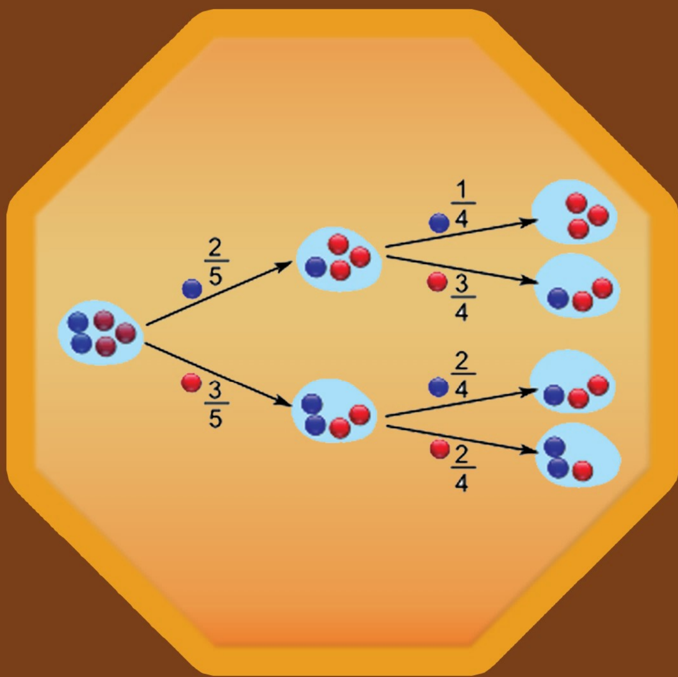
ගණිතය

12 ශ්‍රේණිය

ගුරු මාර්ගෝපදේශය

(2017 සිට ක්‍රියාත්මක වේ).



ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
ශ්‍රී ලංකාව

මුද්‍රණය හා බෙදාහැරීම : අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ගණිතය

ගුරු මාර්ගෝපදේශය
12 ශ්‍රේණිය

(වර්ෂ 2017 සිට ක්‍රියාත්මක වේ)

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
www.nie.lk

ගණිතය
12 ශ්‍රේණිය - ගුරු මාර්ගෝපදේශය

ප්‍රථම මුද්‍රණය 2017

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

මුද්‍රණය :
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
ඉසුරුපාය
බත්තරමුල්ල

අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්තුමියගේ පණිවිඩය

ජාතික අධ්‍යාපන කොමිෂන් සභාව විසින් නිර්දේශිත ජාතික අධ්‍යාපන අරමුණු සාක්ෂාත් කර ගැනීම සහ පොදු නිපුණතා සංවර්ධනය කිරීමේ මූලික අරමුණ සහිත ව එවකට පැවති අන්තර්ගතය පදනම් වූ විෂයමාලාව නවීකරණයට භාජනය කොට වර්ෂ අටකින් යුතු චක්‍රයකින් සමන්විත නව නිපුණතා පාදක විෂයමාලාවෙහි පළමු අදියර, වර්ෂ 2007දී ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය විසින් ශ්‍රී ලංකාවේ ප්‍රාථමික හා ද්විතීයික අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රයට හඳුන්වා දෙන ලදී.

පර්යේෂණවලින් අනාවරණය වූ කරුණු අනුව අධ්‍යාපනය පිළිබඳ ව විවිධ පාර්ශවයන් ඉදිරිපත් කළ යෝජනා ද පදනම් කොට ගෙන සිදු කරන ලද විෂයමාලා තාර්කීකරණය කිරීමේ ක්‍රියාවලියක ප්‍රතිඵලයක් ලෙස විෂයමාලා චක්‍රයේ දෙවැනි අදියර අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රයට හඳුන්වා දීම 2015 වසරේ සිට ආරම්භ කර ඇත.

මෙම තාර්කීකරණ ක්‍රියාවලියේ දී සියලු ම විෂයයන්ගේ නිපුණතා පදනම් මට්ටමේ සිට උසස් මට්ටම දක්වා ක්‍රමානුකූල ව ගොඩ නැගීම සඳහා පහළ සිට ඉහළට ගමන් කරන සිරස් සංකලනය භාවිත කර ඇති අතර විවිධ විෂයයන්හි දී එක ම විෂය කරුණු නැවත නැවත ඉදිරිපත්වීම හැකිතාක් අවම කිරීම, විෂය අන්තර්ගතය සීමා කිරීම සහ ක්‍රියාත්මක කළ හැකි ශිෂ්‍ය මිතුරු විෂයමාලාවක් සැකසීම සඳහා තිරස් සංකලනය ද භාවිත කර ඇත.

ගුරු භවතුන්ට පාඩම් සැලසුම් කිරීම ද ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියෙහි සාර්ථකව නිරත වීම ද පන්ති කාමර මිනුම් හා ඇගයීම් ප්‍රයෝජනවත් පරිදි යොදා ගැනීම සඳහා අවශ්‍ය වන මාර්ගෝපදේශ ලබාදීමේ අරමුණින් නව ගුරු මාර්ගෝපදේශ හඳුන්වා දී ඇත. පන්ති කාමරය තුළ දී වඩාත් ඵලදායී ගුරුවරයෙකු ලෙස කටයුතු කිරීමට මෙම මාර්ගෝපදේශ උපකාරී වනු ඇත. සිසුන්ගේ නිපුණතා වර්ධනය කිරීම සඳහා ගුණාත්මක යෙදවුම් හා ක්‍රියාකාරකම් තෝරා ගැනීමට ගුරුවරුන්ට අවශ්‍ය නිදහස මෙමගින් ලබා දී තිබේ. එමෙන් ම නිර්දේශිත පාඨ ග්‍රන්ථවල ඇතුළත් වන විෂය කරුණු පිළිබඳ ව වැඩි බර තැබීමක් මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශවල අන්තර්ගත නොවේ. එම නිසා මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය වඩාත් ඵලදායී වීමට නම් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින් සකසා ඇති අදාළ පාඨ ග්‍රන්ථ සමඟ සමගාමී ව භාවිතා කිරීම අත්‍යවශ්‍ය වේ.

තාර්කීකරණය කරන ලද විෂය නිර්දේශ, නව ගුරු මාර්ගෝපදේශ හා නව පාඨ ග්‍රන්ථවල මූලික අරමුණු වන්නේ ගුරු කේන්ද්‍රීය අධ්‍යාපන රටාවෙන් මිදී සිසු කේන්ද්‍රීය අධ්‍යාපන රටාවක් හා වඩාත් ක්‍රියාකාරකම් මත පදනම් වූ අධ්‍යාපන රටාවකට එළඹීම මඟින් වැඩ ලෝකයට අවශ්‍ය වන්නා වූ නිපුණතා හා කුසලතාවන්ගෙන් යුක්ත මානව සම්පතක් බවට ශිෂ්‍ය ප්‍රජාව සංවර්ධනය කිරීමයි. නව විෂය නිර්දේශ සහ ගුරු මාර්ගෝපදේශ සම්පාදනය කිරීමේ දී ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ශාස්ත්‍රීය කටයුතු මණ්ඩලයේ ද, ආයතන සභාවේ ද, රචනයේ දී දායකත්වය ලබා දුන් සියලු ම සම්පත්දායකයින් හා වෙනත් පාර්ශවයන්ගේ ද ඉමහත් කැපවීම ඇගයීමට ද මෙය අවස්ථාවක් කර ගනු කැමැත්තෙමි.

ආචාර්ය ජයන්ති ගුණසේකර
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම

අධ්‍යක්ෂතුමාගේ පණිවිඩය

අතීතයේ සිට ම අධ්‍යාපනය නිරන්තරයෙන් වෙනස්වීම් වලට භාජනය වෙමින් ඉදිරියට ගමන් කරමින් තිබුණි. මෑත යුගයේ මෙම වෙනස්වීම දැඩි ලෙස ශීඝ්‍ර වී ඇත. ඉගෙනුම් ක්‍රමවේදවල මෙන් ම තාක්ෂණික මෙවලම් භාවිතය අතින් හා දැනුම උත්පාදනය සම්බන්ධයෙන් ද ගත වූ දශක දෙක තුළ විශාල පිබිදීමක් දක්නට ලැබුණි. මේ අනුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය ද 2015ට අදාළ අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණ සඳහා අප්‍රමාද ව සුදුසු පියවර ගනිමින් සිටී. ගෝලීය ව සිදු වන වෙනස්කම් ගැන හොඳින් අධ්‍යයනය කර දේශීය අවශ්‍යතා අනුව අනුවර්තනයට ලක් කර ශිෂ්‍ය කේන්ද්‍රීය ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ප්‍රවේශය පාදක කර ගනිමින් නව විෂයමාලාව සැලසුම් කර පාසල් පද්ධතියේ නියමුවන් ලෙස සේවය කරන ගුරු භවතුන් වන ඔබ වෙත මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය පුද කරන්නේ ඉතා සතුටිනි.

මෙවැනි නව මග පෙන්වීමේ උපදේශන සංග්‍රහයක් ඔබ වෙත ලබා දෙන්නේ ඒ මගින් ඔබට වඩා හොඳ දායකත්වයක් ලබා දිය හැකි වේ ය යන විශ්වාසය නිසා ය.

මෙම උපදේශන සංග්‍රහය පන්ති කාමර ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියේ දී ඔබට මහඟු අත්වැලක් වනවාට කිසි ම සැකයක් නැත. එසේ ම මෙය ද උපයෝගි කර ගනිමින් කාලීන සම්පත් ද්‍රව්‍ය භාවිතයෙන් වඩාත් සංවර්ධනාත්මක ප්‍රවේශයක් ඔස්සේ පන්ති කාමරය හසුරුවා ගැනීමට ඔබට නිදහස ඇත.

ඔබ වෙත ලබා දෙන මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය මැනවින් අධ්‍යයනය කර වඩා නිර්මාණශීලි දරු පරපුරක් බිහි කර ශ්‍රී ලංකාව ආර්ථික හා සමාජීය අතින් ඉදිරියට ගෙන යාමට කැපවීමෙන් යුතුව කටයුතු කරනු ඇතැයි මම විශ්වාස කරමි.

මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය නිර්මාණය වූයේ මෙම විෂය ක්ෂේත්‍රයට අදාළ ගුරු භවතුන් හා සම්පත් පුද්ගලයින් රැසකගේ නොපසුබට උත්සාහය හා කැපවීම නිසා ය.

අධ්‍යාපන පද්ධතියේ සංවර්ධනය උදෙසා නිම වූ මෙම කාර්යය ඉතාමත් උසස් ලෙස අගය කරන අතර මේ සඳහා කැපවී ක්‍රියා කළ ඔබ සැමට මගේ ගෞරවාන්විත ස්තුතිය පිරි නමමි.

කේ. ආර්. පත්මසිරි
අධ්‍යක්ෂ
(ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව)

අනුමැතිය :
ශාස්ත්‍රීය කටයුතු මණ්ඩලය,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

උපදේශකත්වය :
ආචාර්ය ටී.ඒ.ආර්.ජේ. ගුණසේකර මිය
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

එම්.එෆ්.එස්.පී. ජයවර්ධන මයා
නියෝජ්‍ය අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
(විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය)
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

අධීක්ෂණය :
කේ. රංජිත් පත්මසිරි මයා,
අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

විෂය සම්බන්ධීකරණය :
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා
ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

කේ. කේ. වජීමා එස්. කංකානම්ගේ මෙනෙවිය
සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

විෂයමාලා කමිටුව :

ආචාර්ය යූ. මාම්පිටිය මයා — ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලයය.

ආචාර්ය ඒ. ඒ. එස්. පෙරේරා මයා — ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලයය.

මහාචාර්ය එස්. ශ්‍රීසත්කුණරාජා මයා — පීඨාධිපති, යාපනය විශ්වවිද්‍යාලය.

සරත් කුමාර මයා — ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලයය.

කේ. රංජිත් පත්මසිරි මයා, — අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා — ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

ජේ. ජනක මයා — සහකාර අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය

කේ. විග්නේශ්වරන් මයා — ගුරු සේවය, විවේකානන්ද විද්‍යාලයය, කොළඹ 12.

ඒ. විතානගේ මිය — ගුරු සේවය, සිරිමාවෝ බණ්ඩාරනායක විද්‍යාලයය, කොළඹ 07.

සම්පත් දායකත්වය:

ජී. පී. එච්. ජගත් කුමාර මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ජී.එල්. කරුණාරත්න මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ අධ්‍යාපනඥ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
එම්. නිල්මිණි පීරිස් මිය	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
සී. සුදේශන් මයා	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
පී. විජායිකුමාර් මයා	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
කේ.කේ.වජීමා එස්. කංකානම්ගේ මෙය	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
එම්. ජී. ඩී. අනුරුද්ධිකා සිරිවර්ධන මිය	කථිකාචාර්ය, අධ්‍යාපන පීඨය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලයය.

සමායෝජක මණ්ඩලය :

ආචාර්ය ඒ. ඒ. එස්. පෙරේරා මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය.
කේ.කේ.ඩබ්ලිව්.සරත්කුමාර මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය.
පී.ඩයස් මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය.
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

භාෂා සංස්කරණය : එච්. පී. සුසිල් සිරිසේන මයා, කථිකාචාර්ය, හාපිටිගම ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය.

පරිගණක වදන් සැකසීම : මොනිකා විජේකෝන්, කළමනාකරණ සහකාර II
කේ. නෙලිකා සේනානි, කාර්මික සහකාර I

විවිධ සහාය : එස්. හෙට්ටිආරච්චි, කළමනාකරණ සහකාර I
ආර්. එම්. රූපසිංහ, කාර්යාල සහායක

ගුරු මාර්ගෝපදේශය පරිශීලනය සඳහා උපදෙස්

වර්ෂ 2015 දී හඳුන්වා දුන් ද්විතීයක අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණවලට අදාළ ව වර්ෂ 2017 දී උසස් පෙළ සඳහා නව අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණ හඳුන්වාදීම කළ යුතු ව ඇත. ඒ අනුව උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය විෂය යටතේ 12 ශ්‍රේණිය සඳහා නව ප්‍රතිසංස්කරණ හඳුන්වා දෙනු ලැබේ.

12 ශ්‍රේණියේ නව සංයුක්ත ගණිත ගුරු මාර්ගෝපදේශ ව්‍යුහය පහත පරිදි සකස් කර ඇත. එක් නිපුණතාවක් යටතේ නිපුණතා මට්ටම් කිහිපයක් ඇත. එක් එක් නිපුණතා මට්ටම යටතේ කාලච්ඡේද ගණන, ඉගෙනුම් පල සහ ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් ඉදිරිපත් කර ඇත. විශේෂයෙන් ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියට අත්වැලක් යටතේ යෝජිත විෂය කරුණු පැහැදිලි කිරීම සහ ඉගැන්වීමට අවශ්‍ය මඟ පෙන්වීම ගුරුවරයාට පාඩම සංවිධානය කර ගැනීමට උපකාරී වනු ඇතැයි අපි අපේක්ෂා කරමු. තව ද අර්ථ දැක්වීම් සහ නිරූපණ ද නිවැරදි සංකල්ප සිසුන්ට ලබාදීම සඳහා ගුරුවරයාට උපකාරී වේ. 12 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය නිර්දේශය වාර තුනකට බෙදා ගුරු මාර්ගෝපදේශය සකස් කර ඇත.

පාඩම් අනුක්‍රමය සකස් කිරීමේ දී සිසුන්ගේ ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් පහසුව සහ ගුරුවරයාට ඉගැන්වීම සංවිධානයට පහසුව සැලසීම සඳහාත් ගණිත සංකල්පවල තිරස් හා සිරස් සමෝධානය සැලකිල්ලට ගෙන පාඩම් අනුක්‍රමය සකස් කර ඇත.

එවිට විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් නිපුණතා අනුපිළිවෙළ සහ ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ සඳහන් ඉගෙනුම් අනුක්‍රමය සමාන නොවේ. එබැවින් ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ සඳහන් පාඩම් අනුක්‍රමයට අනුකූල ව පාඩම් සංවිධානය කර ක්‍රියාත්මක කිරීමට මෙයින් උපදෙස් ලබා දී ඇත.

යෝජිත ඉගෙනුම් පල සාක්ෂාත් කර ගැනීම සඳහා යෝජිත අත්වැලට අමතර ව ගුරුවරයා අවශ්‍ය අමතර විෂය කරුණු පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කිරීම ඉතා වැදගත් වේ. තව ද අමතර සම්පත් ග්‍රන්ථ ඇසුරින් ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් සාක්ෂාත් කිරීම ගුරුවරයා විසින් සිදු කළ යුතු ව ඇත. 12 ශ්‍රේණියේ විෂය නිර්දේශයට අදාළ ව ඉගෙනීමට 12 ශ්‍රේණියට පිවිසෙන දරුවාගේ ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ අවබෝධය කෙරෙහි ගුරුවරයාගේ විශේෂ අවධානය යොමු කළ යුතු ව ඇත. කුමක් නිසා ද 11 ශ්‍රේණියේ ගණිතය විෂයමාලාව සකස් කර ඇත්තේ විවිධ වූ පැතිකඩ ගැන අවධානය යොමු කොට නිසා අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර සාමාන්‍ය පෙළ සමත් සුළු සිසුන් පිරිසක් පමණක් සංයුක්ත ගණිතය හැදෑරීම සඳහා උසස් පෙළට පැමිණෙන බැවිනි. එබැවින් 11 ශ්‍රේණියේ ගණිතය විෂය සීමාවන් සහ 12 ශ්‍රේණියේ සංයුක්ත ගණිතය ඉගෙනීමට අවශ්‍ය ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ ව දැනුම අතර සුළු සුළු වෙනස්කම් පැවතීමට ඉඩ ඇත. ඒ සඳහා අමතර ව ගුරුවරයාගේ අවධානය යොමු කළ යුතු ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ ව විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් ව ඇත. එම අමතර ගණිත සංකල්ප සිසුන් තුළ සාධනය සඳහා අවශ්‍ය මඟ පෙන්වීමට සකස් කළ **''ගණිතය පදනම් පාඨමාලාව''** සම්පත් ග්‍රන්ථය භාවිත කළ හැකි ය. එසේ නැතිනම් විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් අමතර විෂය කරුණු සඳහා ගුරුවරයා විසින් සකස් කර ගනු ලබන ක්‍රියාකාරකම් භාවිත කළ යුතු වේ.

12 ශ්‍රේණියේ සම්පූර්ණ විෂය නිර්දේශය ආවරණය සඳහා කාලච්ඡේද 600ක් සඳහා ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ මඟ පෙන්වා ඇත. එම යෝජිත කාලච්ඡේද ගුරු-සිසු අවශ්‍යතා අනුව වෙස් කර ගැනීමටත් සහ අදාළ පාඩම් ගුරුවරයාට පහසු පරිදි සකස් කර ගැනීමටත් ගුරුවරයාට නිදහස ඇත. එමෙන් ම පාසල පාදක කරගත් ඇගයීම් ක්‍රියාවලියක් යටතේ සිසු සාධනය තක්සේරු කිරීමට ද නිදහස ඇත.

මේ ආකාරයේ සුවිශේෂ වූ අංග රැසකින් සමන්විත නව ගුරු මාර්ගෝපදේශයෙහි යෝජිත පාඩම් සැලසුම් පන්ති කාමරයේ හා සිසුන්ගේ ස්වභාවය අනුව යම් යම් සංශෝධනවලට ලක් කිරීමේ හැකියාව ගුරුවරයාට ලැබී ඇත.

ඔබ විසින් සංශෝධනයට ලක් කරන හෝ නිර්මාණය කරනු ලබන පාඩම්, අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය, මහරගම යන ලිපිනයට ලැබෙන්නට සලස්වන්නේ නම් කෘතඥ වන අතර, නව නිර්මාණ පිළිබඳ ව සමස්ත පාසල් පද්ධතිය දැනුම්වත් කිරීම සඳහා ක්‍රමවේදයක් සැලසුම් කිරීමට ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව සූදානම් ව සිටියි.

එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා
ව්‍යාපෘති නායක
12 - 13 ශ්‍රේණිය - ගණිතය

ජාතික පොදු අරමුණු

පුද්ගලයාට හා සමාජයට අදාළ වන ප්‍රධාන ජාතික අරමුණු කරා ළිගා වීම සිදහා පුද්ගලයින්ට සහ කණ්ඩායම්වලට ජාතික අධ්‍යාපන පද්ධතියට සහාය විය යුතු යි

වසර ගණනාවක් මුළුල්ලේ ශ්‍රී ලංකාවේ ප්‍රධාන අධ්‍යාපන වාර්තා සහ ලේඛන මගින් පුද්ගල හා ජාතික අවශ්‍යතා සපුරාලීම සිදහා අරමුණු නියම කරනු ලැබීයි සමකාලීන අධ්‍යාපන ව්‍යුහයන් හා ක්‍රියාවලින් තුළ දැකිය හැකි දුර්වලතා නිසා ධරණීය මානව සංවර්ධන සංකල්ප රාමුව ඇතුළත අධ්‍යාපනය තුළින් ළඟාකර ගත යුතු පහත දැක්වෙන අරමුණු සපුරා ගැනීම අධ්‍යාපන පද්ධතිය සිදහා වූ තම ඉදිරි දැක්ම ලෙසට ජාතික අධ්‍යාපන කොමිෂන් සභාව විසින් ප්‍රත්‍යක්ෂ කොට ගෙන ඇතී

I මානව අභිමානයට ගරු කිරීමේ සංකල්පයක් මත පිහිටා ශ්‍රී ලාංකික බහුවිධ සමාජයේ සංස්කෘතික විවිධත්වය අවබෝධ කර ගනිමින් ජාතික ඒකාබද්ධතාව, ජාතික සෘජු ගුණය, ජාතික සමගිය, එකමුතුකම සහ සාමය ප්‍රවර්ධනය කිරීම තුළින් ජාතිය ගොඩ ගැනීම සහ ශ්‍රී ලාංකීය අනන්‍යතාව තහවුරු කිරීම

II වෙනස් වන ලෝකයක අභියෝගයන්ට ප්‍රතිචාර දක්වන අතර ජාතික උරුමයේ මාහැඟි දායාදයන් හිඳුනා ගැනීම සහ සංරක්ෂණය කිරීම

III මානව අයිතිවාසිකම් ගරු කිරීම, යුතුකම් හා වගකීම් පිළිබිඳ දැනුවත් වීම, හෘදයාංගම බැඳීමකින් යුතුව එකිනෙකා කෙරෙහි සැලකිලිමත් වීම යන ගුණාංග ප්‍රවර්ධනය කිරීමට ඉවහල් වන සමාජ සාධාරණත්ව සම්මතයන් සහ ප්‍රජාතන්ත්‍රික ජීවන රටාවක් ගැබ් වූ පරිසරයක් නිර්මාණ කිරීම සහ පවත්වා ගෙන යාමට සහාය වීම

IV පුද්ගලයින්ගේ මානසික හා ශාරීරික සුව සම්පත් සහ මානව අගයන්ට ගරු කිරීම මත පදනම් වූ තිරසර ජීවන ක්‍රමයක් ප්‍රවර්ධනය කිරීම

V සුසමාහිත වූ සමබර පෞරුෂයක් සිදහා නිර්මාපණ හැකියාව, ආරම්භක ශක්තිය, විචාරශීලී චින්තනය, වගකීම හා වගවීම ඇතුළු වෙනත් ධනාත්මක අංග ලක්ෂණ සංවර්ධනය කිරීම

VI පුද්ගලයාගේ සහ ජාතියේ ජීවගුණය වැඩිදියුණු කෙරෙන සහ ශ්‍රී ලංකාවේ ආර්ථික සංවර්ධනය සිදහා දායක වන ඵලදායි කාර්යයන් සිදහා අධ්‍යාපන තුළින් මානව සම්පත් සංවර්ධනය කිරීම

VII ශීඝ්‍රයෙන් වෙනස් වන ලෝකයක් තුළ සිදු වන වෙනස්කම් අනුව හැඩගැස්වීමට හා ඒවා පාලනය කර ගැනීමට පුද්ගලයින් සූදානම් කිරීම සහ සංකීර්ණ හා අනපේක්ෂිත අවස්ථාවන්ට සාර්ථක ව මුහුණ දීමේ හැකියාව වර්ධනය කිරීම

VIII ජාත්‍යන්තර ප්‍රජාව අතර ගෞරවනීය ස්ථානයක් හිමි කර ගැනීමට දායක වන යුක්තිය සමානත්වය සහ අන්‍යෝන්‍ය ගරුත්වය මත පදනම් වූ ආකල්ප හා කුසලතා පෝෂණය කිරීම

පොදු නිපුණතා සමූහ

අධ්‍යාපනය තුළින් වර්ධනය කෙරෙන පහත දැක්වෙන මූලික නිපුණතා ඉහත සඳහන් ජාතික අරමුණු මුදුන්පත් කර ගැනීමට දායක වනු ඇත.

(i) **සන්නිවේදන නිපුණතා**

සාක්ෂරතාව, සංඛ්‍යා පිළිබඳ දැනුම, රූපක භාවිතය සහ තොරතුරු තාක්ෂණය ප්‍රවීණත්වය යන අනුකාණ්ඩ හතරක් මත සන්නිවේදන නිපුණතා පදනම් වේ.

සාක්ෂරතාව : සාවධානව ඇහුම්කන් දීම, පැහැදිලි ව කතා කිරීම, තේරුම් ගැනීම සඳහා කියවීම, නිවැරදි ව සහ නිරවුල් ව ලිවීම, ඵලදායී අයුරින් අදහස් හුවමාරු කර ගැනීම

සංඛ්‍යා පිළිබඳ දැනුම : භාණ්ඩ, අවකාශය හා කාලය, ගණන් කිරීම, ගණනය සහ මිනුම් සඳහා ක්‍රමානුකූල ඉලක්කම් භාවිතය

රූපක භාවිතය : රේඛා සහ ආකෘති භාවිතයෙන් අදහස් පිළිබිඹු කිරීම සහ රේඛා, ආකෘති සහ වර්ණ ගලපමින් විස්තර, උපදෙස් හා අදහස් ප්‍රකාශනය හා වාර්තා කිරීම

තොරතුරු තාක්ෂණ ප්‍රවීණත්වය: පරිගණක දැනුම සහ ඉගෙනීමේ දී ද සේවා පරිශ්‍රයන් තුළ දී ද පෞද්ගලික ජීවිතයේ දී ද තොරතුරු සහ සන්නිවේදන තාක්ෂණය උපයෝගී කර ගැනීම

(ii) **පෞරුෂත්ව වර්ධනය අදාළ නිපුණතා**

- නිර්මාණශීලී බව, අපසාරී චින්තනය, ආරම්භක ශක්තිය, තීරණ ගැනීම, ගැටලු නිරාකරණය කිරීම, විචාරශීලී හා විග්‍රාත්මක චින්තනය, කණ්ඩායම් හැඟීමෙන් කටයුතු කිරීම, පුද්ගලාන්තර සබඳතා, නව සොයා ගැනීම් සහ ගවේෂණය වැනි වර්ගීය කුසලතා
- ඍජු ගුණය, ඉවසා දරා සිටීමේ ශක්තිය සහ මානව අභිමානයට ගරු කිරීම වැනි අගයයන්
- චිත්තවේගී බුද්ධිය

(iii) **පරිසරයට අදාළ නිපුණතා**

මෙම නිපුණතා සාමාජික, ජෛව සහ භෞතික පරිසරයන්ට අදාළ වේ.

සමාජ පරිසරය : ජාතික උරුමයන් පිළිබඳ අවබෝධය, බහුවාර්ගික සමාජයක සාමාජිකයන් වීම හා සම්බන්ධ සංවේදීතාව හා කුසලතා, සාධාරණ යුක්තිය පිළිබඳ හැඟීම, සමාජ සම්බන්ධතා, පුද්ගලික චර්යාව, සාමාන්‍ය හා නෛතික සම්ප්‍රදායයන්, අයිතිවාසිකම්, වගකීම්, යුතුකම් සහ බැඳීම්

ජෛව පරිසරය : සජීවී ලෝකය, ජනතාව සහ ජෛව පද්ධතිය, ගස්වැල්, වනාන්තර, මුහුදු, ජලය, වාතය සහ ජීවය- ශාක, සත්ත්ව හා මිනිස් ජීවිතයට සම්බන්ධ වූ අවබෝධය, සංවේදී බව හා කුසලතා

භෞතික පරිසරය : අවකාශය, ශක්තිය, ඉන්ධන, ද්‍රව්‍ය, භාණ්ඩ සහ මිනිස් ජීවිතයට ඒවායේ ඇති සම්බන්ධතාව, ආහාර, ඇඳුම්, නිවාස, සෞඛ්‍ය, සුව පහසුව, නින්ද, නිස්කලංකය, විවේකය, අපද්‍රව්‍ය සහ මළපහ කිරීම යනාදිය හා සම්බන්ධ වූ අවබෝධය, සංවේදීතාව හා කුසලතාව, ඉගෙනීම, වැඩ කිරීම සහ ජීවත් වීම සඳහා මෙවලම් සහ තාක්ෂණය ප්‍රයෝජනයට ගැනීමේ කුසලතා මෙහි අඩංගු වේ.

(iv) **වැඩ ලෝකයට සූදානම් වීමේ නිපුණතා**

ආර්ථික සංවර්ධනයට දායක වීම
තම වෘත්තීය ලැදියා සහ අභියෝගතා හඳුනා ගැනීම
හැකියාවන්ට සරිලන අයුරින් රැකියාවක් තෝරා ගැනීම සහ වාසිදායක හා තිරසාර ජීවනෝපායක නිරත වීම
යන හැකියාවන් උපරිම කිරීමට හා ධාරිතාව වැඩි කිරීමට අදාළ සේවා නියුක්තිය හා සම්බන්ධ කුසලතා

(v) **ආගම සහ ආචාර ධර්මයන්ට අදාළ නිපුණතා**

පුද්ගයන්ට තම දෛනික ජීවිතයේ දී ආචාරධර්ම, සදාචාරාත්මක හා ආගමානුකූල හැසිරීම් රටාවන්ට අනුගත වෙමින් වඩාත් උචිත දේ තෝරා එයට සරිලන සේ කටයුතු කිරීම සඳහා අගයයන් උකහා ගැනීම හා ස්වීයකරණය

(vi) **ක්‍රීඩාව සහ විවේකය ප්‍රයෝජනයට ගැනීමේ නිපුණතා**

සෞන්දර්යය, සාහිත්‍යය, සෙල්ලම් කිරීම, ක්‍රීඩා හා මලල ක්‍රීඩා, විනෝදාංශ හා වෙනත් නිර්මාණාත්මක ජීවන රටාවන් තුළින් ප්‍රකාශ වන විනෝදය, සතුට, ආවේග සහ එවන් මානුෂික අත්දැකීම්

(vii) **"ඉගෙනීමට ඉගෙනීම" පිළිබඳ නිපුණතා**

ශීඝ්‍රයෙන් වෙනස් වන, සංකීර්ණ හා එකිනෙකා මත යැපෙන ලෝකයක පරිවර්තන ක්‍රියාවලියක් හරහා වෙනස්වීම් හසුරුවා ගැනීමේ දී හා ඊට සංවේදී ව හා සාර්ථක ව ප්‍රතිචාර දැක්වීමත් ස්වාධීනව ඉගෙන ගැනීමත් සඳහා පුද්ගලයින් හට ශක්තිය ලබාදීම

පටුන

පිටුව

පළමු වාරය

නිපුණතාව 1 : **තාත්ත්වික සංඛ්‍යා පද්ධතිය විශ්ලේෂණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 1.1 : තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලකය වර්ගීකරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. තාත්ත්වික සංඛ්‍යා පද්ධතියේ විකාශය පැහැදිලි කරයි.
2. තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ජ්‍යාමිතිකව නිරූපණය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • ආරම්භයේ සිට තාත්ත්වික සංඛ්‍යා පද්ධතිය තෙක් සංඛ්‍යා භාවිතය විකාශය වූ ආකාරය කෙටියෙන් පැහැදිලි කරන්න.

• ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා, නිඛිල, පරිමේය සංඛ්‍යා, අපරිමේය සංඛ්‍යා සහ තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලක පිළිබඳ සිසුන්ගේ පෙර දැනුම සිහිපත් කරන්න.

• පහත සංඛ්‍යා පද්ධතිවල අංකන හඳුන්වා දෙන්න.

ධන සංඛ්‍යා (ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා) කුලකය $=\mathbb{Z}^{+}=\{1,2,3,4,...\}$

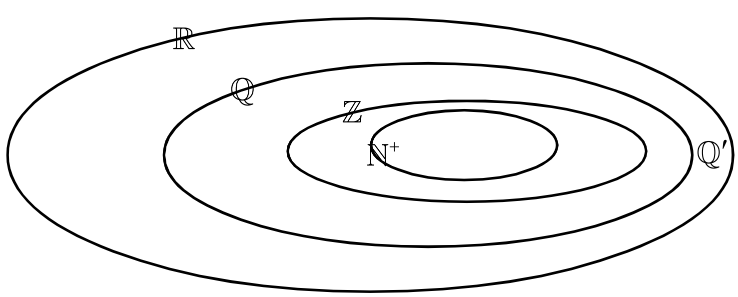
නිඛිල සංඛ්‍යා කුලකය $=\mathbb{Z}=\{...,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,...\}$

පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය $=\mathbb{Q}=\left\{\frac{p}{q}; q\neq 0, p,q\in\mathbb{Z}\right\}$

අපරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය $=\mathbb{Q}' \; or \; \mathbb{Q}^{c}$

තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලකය $(\mathbb{R})$

• ඉහත කුලක සියල්ල $\mathbb{R}$ හි උපකුලක බව පෙන්වා, ඒවා වෙන් රූප සටහනකින් දැක්වීමට සිසුන් යොමු කරන්න.



2. • තාත්ත්වික සංඛ්‍යා සියල්ල සංඛ්‍යා රේඛාවක ලකුණු කිරීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

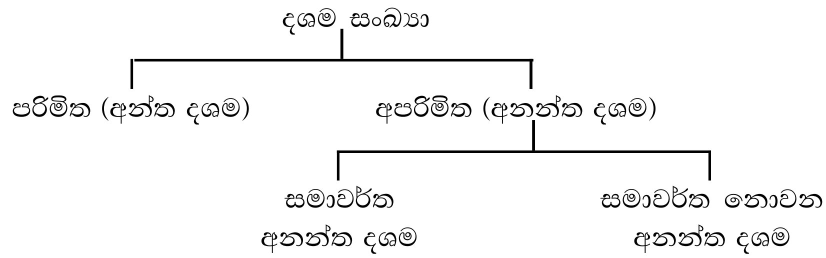
නිපුණතා මට්ටම 1.2 : තාත්ත්වික සංඛ්‍යා සන්නිවේදනය සඳහා කරණි හෝ දශම හෝ භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

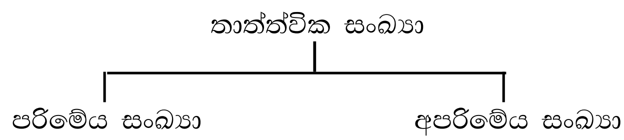
ඉගෙනුම් පල :
1. දශම සංඛ්‍යා වර්ගීකරණය කරයි.
2. තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වර්ගීකරණය කරයි.
3. කරණි අඩංගු ප්‍රකාශනවල හරය පරිමේය කරයි.
4. කරණි හා බැඳුණු ගැටලු සඳහා ගණිත කර්ම භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1.



2.



3.
- සමීකරණවල විසඳුම් ලෙස කරණි හඳුන්වා හරය පරිමේය කරන්න.
- කරණි මත ගණිත කර්ම යොදන්න.
- සමීකරණයක විසඳුමක් ලෙස අපරිමේය සංඛ්‍යා හඳුන්වා දෙන්න.
- කරණිවල හරය පරිමේය කිරීමට මග පෙන්වන්න.

උදා : $\dfrac{1}{\sqrt{2-1}}$, $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

4. කරණි හා බැඳුණු ගැටලු සුළු කිරීම සඳහා උදාහරණ ඇසුරින් පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 1.3 : ගැටලු විසඳීම සඳහා දර්ශක නියම සහ ලඝුගණක භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :
1. දර්ශක අර්ථ දක්වයි.
2. ධන නිඛිලමය, ඍණ නිඛිලමය, ශූන්‍ය සහ භාග දර්ශක වර්ගීකරණය කරයි.
3. දර්ශක නීති ප්‍රකාශ කරයි.
4. ලඝුගණක නීති ප්‍රකාශ කරයි
5. විවිධ ගැටලු විසඳීම සඳහා දර්ශක නීති හා ලඝුගණක නීති භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. දර්ශක සහ බල හඳුන්වන්න.
2. • **a නම් තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක n වැනි මූලය**

   a හා b යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා දෙකක් නම් ද n යනු ($n>2$ වන) ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් නම් ද $a=b^n$ නම් එවිට b යනු a හි n වන මූලය වේ. $\left(b=a^{\frac{1}{n}} \text{ හෝ } b=\sqrt[n]{a}\right)$

• $n=2$ විට b යනු a හි වර්ගමූලය වේ. $n=3$ විට b යනු a හි ඝන මූලය වේ. $a>0$ නම් ද n ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ද නම් තාත්ත්වික සංඛ්‍යාව වන මූලය සඳහා අගය දෙකක් ඇති අතර ඒවා විශාලත්වයෙන් සමාන වන අතර ලකුණින් ප්‍රතිවිරුද්ධ බව ප්‍රකාශ කරන්න.

n වන ප්‍රධාන මූලය

a යනු අඩු තරමින් එක් n වන මූලයක්වත් පවතින තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු. a වල n වන ප්‍රධාන මූලයේ ලකුණ a වල ලකුණ ම වන අතර එය $a^{\frac{1}{n}}$ ලෙස හෝ $\sqrt[n]{a}$ ලෙස දක්වයි. $n=2$ වන විට n දර්ශකය අතහැර එය ලෙස $\sqrt{a}$ ලියමු.

- $m,\ n\in\mathbb{Z}^+$ සහ $a,b\in\mathbb{R}$ විට පහත දර්ශක නියම ප්‍රකාශ කරන්න.
- $a^m\times a^n=a^{m+n}$
- $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$
- $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}=\left(\dfrac{1}{a}\right)^n$; ($a\neq 0$ සඳහා)
- $a^n=1,\quad a\neq 0$ සහ $n=0$ විට
- $\left(a^n\right)^m=a^{nm}$
- $\left(ab\right)^m=a^m\times b^m$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m=\dfrac{a^m}{b^m}$; ($b\neq 0$ සඳහා)

3. උක්ත මූල තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වන පරිදි පවතින්නා වූ a හා b යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා දෙකක් නම් ද $m, n \in \mathbb{Z}^+$ ද නම්

- $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$
- $\sqrt[n]{a} \bullet \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$
- $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$
- $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$
- n ඉරට්ට නම්, $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

  n ඔත්තේ $\sqrt[n]{a^n} = a$

- උදාහරණ භාවිතයෙන් ඉහත අවස්ථා පැහැදිලි කරන්න.
- දර්ශක ඇතුළත් ගැටලු විසඳන්න.

4. $a^x = y, a > o, y > 0$ නම් එවිට a පාදයට y හි ලඝුගණකය x ලෙස හඳුන්වන අතර එය $\log_a y = x$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

එනම්, $a, y > 0$ සහ $a \neq 1$ විට

$a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x$ වේ.

පහත ලඝුගණක නීති හඳුන්වන්න.

$m, n, a > 0$ සහ $a \neq 1$ යැයි ගනිමු.

$$\log_a mn = \log_a m + \log_a n$$

$$\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$$

$$\log_a a^m = m \log a$$

පාදය මාරු කිරීම

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_c b}{\log_a c}$$

5. ලඝුගණක හා දර්ශක ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

.

නිපුණතාව 2 : **කුලක පිළිබඳ වීජය හසුරුවයි.**

නිපුණතා මට්ටම 2.1 : කුලකවල මූලික සංකල්ප ගැටලු විසඳීමට යොදා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :
1. කුලක අංකන පැහැදිලි කරයි.
2. සර්වත්‍ර කුලකය සහ අභිශූන්‍ය කුලකය විස්තර කර එහි අංකන ලියයි.
3. පරිමිත සහ අපරිමිත කුලක විස්තර කරයි.
4. කුලක අනේකත්වය අර්ථ දක්වා එහි අංකනය ලියයි.
5. උපකුලකය, නියම උපකුලකය, කුලක දෙකක සමානත්වය සහ කුලකයක බලය විස්තර කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. කුලක අංකන අර්ථ දක්වන්න.
   - කුලකය සහ කුලක අංකන හඳුන්වා දෙන්න.
   - කුලකයක අවයව හඳුන්වා දෙන්න.

පහත සඳහන් ප්‍රකාශ සලකමු.

(1) කොළඹ නගරයේ ජීවත්වන පුද්ගලයින්
(2) මල්වත්තක ඇති ලස්සන මල්
(3) පාසලේ සිටින අවංක පිරිමි ළමයි
(4) රටක ඇති වාහන එකතුව
(5) හොඳ TV වැඩසටහන් එකතුව
(6) ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ඇති ස්වර අක්ෂර

ඉහත ප්‍රකාශ අතරින් (1), (4) සහ (6) කුලක වන නමුත් (2), (3) සහ (5) කුලක නොවේ. මන්ද ලස්සන, අවංක හෝ හොඳ යන වචන මඟින් පැහැදිලි අර්ථ දැක්වීමක් නොදෙන නිසයි.

පළමු ප්‍රකාශයේ කොළඹ නගරයේ සිටින සෑම පුද්ගලයෙක් ම එම කුලකයේ අවයවයකි. තවද (4) ප්‍රකාශයේ රටක ඇති සෑම වාහනයක්ම එම කුලකයේ අවයවයක් වේ. (6) ප්‍රකාශයේ අනුව a, e, i, o සහ u ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ අවයව වේ.

- කුලකයක් යනු නිසි පරිදි අර්ථ දක්වන ලද එකිනෙකට වෙනස් අනුපිළිවෙළකට සකස් නොවූ වස්තු සමූහයකි. යම් කුලකයක් සෑදීමට ඉවහල් වූ වස්තූන් එම කුලකයේ අවයව හෝ සාමාජිකයන් ලෙස හඳුන්වයි.

- කුලකයක් සාමාන්‍යයෙන් ඉංග්‍රීසි කැපිටල් අකුරින් නිරූපණය කරන අතර අවයව සිම්පල් අකුරුවලින් නිරූපණය කරනු ලැබේ.

- කුලකයක් විස්තර කළ හැකි පොදු ආකාර කිහිපයක් ඇත.
  (i) සවිස්තරව ප්‍රකාශ කිරීම : කුලකයේ සියලු අවයව ලැයිස්තු ගත කිරීම සඟල වරහන් තුළ කුලකයේ අවයව එකතුව ප්‍රකාශ කරන අතර අවයව කොමාවක් මඟින් වෙන්කර දක්වනු ලැබේ.

උදා : $A = \{a, e, i, o, u\}$ යනු A කුලකයට අඩංගු වන්නේ

a, e, i, o, u අවයව පමණක් වන බවයි. $\{a, e, i, o, u\}$ අංකනය

a, e, i, o, u අවයව ලෙස ඇති කුලකය ලෙස කියවනු ලැබේ.

- "a" යනු "A" කුලකයේ සාමාජිකයෙක් නම් $a \in A$ ලෙස ලියනු ලැබේ.
- "2" යනු "A" කුලකයේ සාමාජිකයෙක් නොවේ නම් $2 \notin A$ ලෙස ලියනු ලැබේ.
- කුලකයක අවයව නිරූපණය කරන අනුපිළිවෙළ වැදගත් නොවේ.

  උදා : $A = \{a, e, i, o, u\}$ සහ $B = \{i, u, a, o, e\}$ යනු සමාන කුලක වේ.
- කුලකයක එකම අවයවය කිහිප වරක් නිරූපණය නොකරයි. නිරූපණය වනුයේ එක් අවස්ථාවක් පමණි.

  උදා : $C = \{a, e, i, o, u, i\}$ වැරදිය එනම් "i" අවයවය දෙපාරක් ප්‍රකාශ වීමයි.

ව්‍යංග ලෙස ප්‍රකාශ කිරීම

උදා : විශාල කුලකයක අවයව සියල්ලම ලැයිස්තු ගත කළ නොහැක. මෙහි දී කුලකයේ අවයව රටාව ''ආදි වශයෙන්'' යැයි කීමට ලෝපය (...) සමග දක්වනු ලැබේ. $A = \{1, 2, 3, 4, ..., 20\}$ මඟින් 1ත් 20ත් ඇතුලුව ධන නිඛිල සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි.

$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, ...\}$ යනු ධන නිඛිල කුලකයකි.

කුලක ජනන ස්වරූපය

මෙහිදී කුලකයේ ඇති අවයවවල ගුණය ආරම්භයේදී ප්‍රකාශ කරමින් කුලකය විස්තර කරනු ලැබේ.

උදා : $A = \{n / n$ යනු 10ට අඩු ධන ඉරට්ට සංඛ්‍යා$\}$

මෙහි දී සඟල වරහන් තුළ කුලකය නිරූපණය කරයි. මෙහි n යනු විචල්‍යයක් වන අතර වාක්‍ය මඟින් විස්තර කරනු ලබන සියලු වස්තූන් එමඟින් නිරූපණය කරයි. මෙහි දී නිරූපණය කරන වාක්‍ය අනුව කුලකයේ අඩංගු අවයව තීරණය වෙයි. මෙම අංකනය ''n කෙසේ ද යත් n යනු 10ට අඩු ධන ඉරට්ට සංඛ්‍යා කුලකය'' ලෙස කියවනු ලැබේ.

2. අභිශූන්‍ය කුලකය සහ සර්වත්‍ර කුලකය හඳුන්වා දෙන්න.
   පහත සඳහන් කුලක සලකමු.

   (1) $2x = 3$ සමීකරණය සපුරාලන සියලු නිඛිල සංඛ්‍යා කුලකය

   එනම්, $\{x / x$ යනු නිඛිලයකි. $2x = 3\}$

   (2) A= $\{ x / x$ ඔත්තේ නිඛිලයකි. $2 < x < 3 \}$

   (3) $B = \{x / x$ යනු නිඛිලයකි. $x^2 = 4 \}$

(4) $C = \{x / x$ යනු නිඛිලයකි. $0 < x < 10\}$

(5) $D = \{x / x$ යනු ඉරට්ට ධන නිඛිලයකි; $2 < x < 3\}$

(1), (2) සහ (5) මඟින් නිරූපණය වන කුලකවල අවයව අඩංගු නොවේ.

- කිසියම් කුලකයක අවයව කිසිවක් අඩංගු නොවේ නම් එම කුලකය ශූන්‍ය කුලකය හෝ අභිශූන්‍ය කුලකය හෝ හිස් කුලකය ලෙස හඳුන්වයි.
- අභිශූන්‍ය කුලකය ϕ හෝ $\{\ \}$ සංකේතයෙන් නිරූපණය කරයි.

(3), (4) මඟින් නිරූපණය වන කුලක අධ්‍යයනය කළ විට එමඟින් ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි.

- ඉහත කුලකවල විමර්ශනයට අනුව එම සියලු කුලක කිසියම් විශාල කුලකයකට අයත් වෙයි. එම කුලක සියල්ල අයත්වන විශාල කුලකය ''සර්වත්‍ර කුලකය'' ලෙස හඳුන්වයි. මෙය සාමාන්‍යයෙන් U සංකේතයෙන් අංකනය කරනු ලැබේ.
- සර්වත්‍ර කුලකය, සලකන අවස්ථාවට අනුව සියලු ම අවයවවලින් සමන්විත වේ.
- සර්වත්‍ර කුලකය, කුලකයේ අන්තර්ගතය මත රඳා පවතී.

3. • පරිමිත කුලක සහ අපරිමිත කුලක හඳුන්වා දෙන්න.

පහත කුලක සලකමු.

$P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$Q = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$

$R = \{$ ලෝකයේ සියලු ප්‍රදේශවල සලකන මොහොතේ ජීවත් වන පුද්ගලයින් $\}$

ඉහත කුලක නිරීක්ෂණයට අනුව P කුලකයට අවයව 5ක් ද Q කුලකයට අයත් අවයව 8ක් ද ඇත. R හි අඩංගු අවයව ප්‍රමාණය කොපමණ ද? R හි අඩංගු අවයව ප්‍රමාණය කිව නොහැකිය. නමුත් එය යම්කිසි තාත්ත්වික තරමක් විශාල සංඛ්‍යාවකි.

ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා කුලකය සලකමු. ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා අනන්ත සංඛ්‍යාවක් ඇති නිසා මෙම කුලකයේ අවයව ප්‍රමාණය පරිමිත නොවන බව පෙනේ. එනම් අපරිමිත වේ. එම නිසා තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලකය අපරිමිත කුලකයක් යැයි කියනු ලැබේ.

- කිසියම් කුලකයක ඇති අවයව ප්‍රමාණය ශූන්‍ය හෝ පරිමිත නම් එම කුලකය පරිමිත කුලකයක් ලෙසද එසේ නොමැති නම් අපරිමිත කුලකයක් ලෙසද හැඳින්වේ.

4. කුලක අනේකත්වය හා එහි අංකනය

ඉහත P,Q සහ R කුලක පරිමිත වන අතර ඒවායේ අවයව සංඛ්‍යා 5 සහ පරිමිත ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා ලෙස නිරීක්ෂණය විය. කුලකයක අවයව සංඛ්‍යාව යනු එම කුලකයට අඩංගු එකිනෙකට වෙනස් අවයව ප්‍රමාණය වේ.

- කුලකයක අඩංගු අවයව සංඛ්‍යාව එම කුලකයේ අනේකත්වය ලෙස හැඳින්වේ.
- "A" යනු කිසියම් කුලකයක් නම් එම කුලකයේ අනේකත්වය $n\left(\mathrm{A}\right)$ හෝ $|\mathrm{A}|$ ලෙස නිරූපණය කරනු ලැබේ.
- එනම් $n\left(\mathrm{A}\right)$ යනු කිසියම් තාත්වික සංඛ්‍යාවක් නම් A කුලකය ශූන්‍ය නොවූ පරිමිත කුලකයකි.

5. උපකුලකය, නියම උපකුලකය, කුලක දෙකක සාමානත්වය සහ කුලකයක බලය හඳුන්වන්න.

A යනු මෙම මොහොතේ දී අපේ රටේ ජීවත්වන පුද්ගලයන් සහ B යනු මෙම මොහොතේ දී ලෝකය තුළ ජීවත්වන පුද්ගලයින් යන කුලක සලකමු. මේ අනුව A කුලකයේ සෑම අවයවයක්ම B කුලකයේ අවයවයක් වේ. මේ අනුව A කුලකය B කුලකයේ උපකුලකයක් යයි කියනු ලැබේ. එනම් A උපකුලකයක් වේ B හි යන්න, $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{B}$ සංකේතය මඟින් ප්‍රකාශ කරනු ලැබේ. මෙහි $\subseteq$ යන සංකේතය මඟින් උපකුලකය අදහස නිරූපණය කරයි.

- A කුලකය B හි උපකුලකයක් නම් A හි සෑම අවයවයක්ම B හිද අවයවයක් වේ. වෙනත් වචනයෙන් කියනව නම් $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{B}$ නම් සෑම $x \in \mathrm{A}$ එසේ නම් $x \in \mathrm{B}$
- A කුලකය B හි උපකුලකයක් නොවේ නම් $\mathrm{A} \nsubseteq \mathrm{B}$
- සෑම කුලකයක්ම එම කුලකයේ උපකුලකයයි $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{A}$
- ϕ කුලකය යනු අවයව කිසිවක් නොමැති කුලකයයි. එනම් ϕ කුලකය සෑම කුලකයකම උපකුලකයයි. එනම් ඕනෑම A කුලකයක් සඳහා $\phi \subseteq \mathrm{A}$ වේ.
- A කුලකය B හි නියම උපකුලකයක් නම් $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{B}$ සහ $\mathrm{B} \nsubseteq \mathrm{A}$
- $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{B}$ සහ $\mathrm{B} \subseteq \mathrm{A}$ නම් A සහ B කුලක සමාන යැයි කියනු ලැබේ.
- A කුලකයේ බල කුලකය යනු A කුලකයේ සියලු ම උපකුලකවලින් සමන්විත කුලකය වේ. එය $\mathrm{P}\left(\mathrm{A}\right)$ ලෙස අංකනය කරනු ලැබේ.
- එනම් $\mathrm{P}\left(\mathrm{A}\right) = \{x \,/\, x$ යනු කුලකයකි $; x \not\subset \mathrm{A}\}$

සහ $\mathrm{n}\left(\mathrm{P}\left(\mathrm{A}\right)\right) = 2^{n\,(\mathrm{A})}$

නිපුණතා මට්ටම 2.2 : ගැටලු විසඳීම සඳහා කුලක වීජය සහ වෙන් රූපසටහන භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :
1. වෙන් රූප සටහන භාවිතයෙන් කුලක කර්ම ප්‍රකාශ කරයි.
2. කුලක සර්වසාම්‍ය සඳහා සූත්‍ර ලියයි.
3. කුලක සර්වසාම්‍ය අඩංගු ගැටලු විසඳයි.
4. කුලක දෙකක් සහ තුනක් ඇතුළත් අවස්ථා සඳහා සූත්‍රය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. කුලක කර්ම සහ වෙන් රූප සටහන් හඳුන්වන්න.
   - කුලක කර්ම හඳුන්වා දෙන්න. (කුලකවල ඡේදනය, කුලකවල මේලය, කුලකවල අනුපූරකය, සාපේක්ෂ අනුපූරකය)

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. කුලක කර්ම සහ වෙන් සටහන
   - කුලක කර්ම හඳුන්වා දෙන්න. (කුලකවල ඡේදනය, කුලකවල මේලය, කුලකවල අනුපූරකය, සාපේක්ෂ අනුපූරකය)

කුලක ඡේදනය

$A=\{1,2,3,4\}$ සහ $B=\{2,4,6,8\}$ කුලක සලකමු.

A හා B කුලක දෙකට ම පොදු වූ අවයව හඳුනා ගන්න. එනම් 2, 4 යන අවයව A හා B කුලක දෙකට ම පොදු වේ. A හා B කුලක දෙකෙහි ඡේදනය යනු A හා B කුලක දෙකෙහි පොදු අවයවවලින් සැදුණු කුලකයයි. එනම් $\{2,4\}$ වේ.

- A හා B කුලක දෙකෙහි ඡේදනය යනු A හා B කුලක දෙකට ම පොදු අවයවවලින් සැදුණ කුලකයයි. A හා B කුලක දෙකක් වන විට A හා B කුලක දෙකෙහි ඡේදන කුලකය $A \cap B$ මඟින් දක්වනු ලැබේ.
  එය "A ඡේදනය B" ලෙස කියවනු ලැබේ. එහි අවයව A හා B යන කුලක දෙකෙහි ම අඩංගු පොදු අවයව වේ.

කුලක මේලය

$A=\{1,2,3,4\}$ සහ $B=\{2,4,6,8\}$ කුලක සලකමු.

A කුලකයේ සහ B කුලකයේ අඩංගු සියලු ම අවයව ගනු ලබන අතර කුලක දෙකට අයත් පොදු අවයව එක්වරක් පමණක් සලකනු ලැබේ. එවිට අවයව 1, 2, 3, 4, 6, 8 වේ. මෙහි දී කුලක දෙකට ම පොදු වූ 2, 4 අවයව එක්වරක් පමණක් ගෙන ඇත. A හා B කුලක දෙකෙහි කුලක මේලය යනු A කුලකයේ සහ B කුලකයේ සියලු ම අවයවවලින් සමන්විත කුලකය වේ. එනම් $\{1,2,3,4,6,8\}$ කුලකය A සහ B හි කුලක මේලය වේ.

- A හා B කුලකවල කුලක මේලය යනු A හි සියලු ම අවයවවලින් සහ B හි සියලු ම අවයවවලින් සමන්විත කුලකය වේ. මෙහි කුලක දෙකට ම පොදු අවයව එක වරක් පමණක් ගනු ලැබේ. A හා B කුලක දෙකක් වන විට එම කුලක දෙකේ කුලක මේලය $A \cup B$ ලෙස දක්වනු ලැබේ. එය ''A මේලය B'' ලෙස කියවනු ලබයි.

කුලක අනුපූරකය

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ වන කුලකය සහ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ යන සර්වත්‍ර කුලකය සලකමු. A කුලකයට අයත් නොවන එහෙත් සර්වත්‍ර කුලකය U ට අයත් සියලු අවයව හඳුන්වන්න. මේ අනුව 5, 6, 7, 8, 10 යන අවයව A හි අවයව නොවන බව වටහා දෙන්න.

A කුලකයේ අනුපූරක කුලකය යනු (U) සර්වත්‍ර කුලකය තුළ අඩංගු A කුලකයේ අඩංගු නොවන අවයවවලින් සමන්විත කුලකය වේ. එනම් $\{5, 6, 7, 8, 10\}$ කුලකය A හි අනුපූරක කුලකය වේ.

- A සහ U යනු කුලක වන විට A කුලකයේ අනුපූරක කුලකය A' හෝ A^c ලෙස අංකනය කරනු ලැබේ. එය ''A කුලකයේ අනුපූරක කුලකය'' ලෙස කියවනු ලැබේ.

සාපේක්ෂ අනුපූරකය

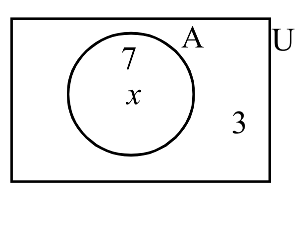
$A = \{1, 2, 3, 4\}$ සහ $B=\{2, 4, 6, 8, 10\}$ කුලක සලකමු.

A කුලකයට අයිති B කුලකයට අයිති නැති අවයව හඳුන්වා දෙන්න. එනම් 1, 3 අවයව වේ. A කුලකයට සාපේක්ෂව B හි අනුපූරක කුලකයේ අඩංගු අවයව සියල්ල A කුලකයට අයත් වන නමුත් B කුලකයට අයත් නොවේ. එනම් $\{1, 3\}$ කුලකය A කුලකයට සාපේක්ෂව B හි අනුපූරක කුලකය වේ.

A හා B කුලක වන විට A කුලකයට සාපේක්ෂව B කුලකයේ අනුපූරක කුලකය $A \setminus B$ ලෙස අංකනය කරනු ලැබේ. එය ''A කුලකයට සාපේක්ෂව B කුලකයේ අනුපූරකය'' ලෙස කියවනු ලැබේ. මෙම කුලකයේ අවයව A කුලකයේ අඩංගු වන අතර B කුලකයට අයත් නොවේ.

වෙන් රූප සටහන

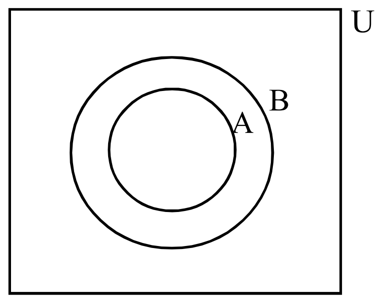
වෙන් රූප සටහනක් යනු කුලකයක් සංවෘත රූපයක් මගින් චිත්‍රාත්මකව නිරූපණය කරන රූප සටහනකි. මෙහි දී සර්වත්‍ර කුලකය සෘජුකෝණාස්‍රයකින් ද අනෙක් කුලක වෘත්ත මගින් ද නිරූපනය කරන අතර සියලු වෘත්ත සෘජුකෝණාස්‍රය තුළ අන්තර්ගත වේ. උදාහරණයක් ලෙස පහත රූප සටහන බලන්න.



ඉහත රූපයේ සෘජුකෝණාස්‍රයක්, වෘත්තයක් සහ "x" අඩංගු වේ. මෙහි සෘජුකෝණාස්‍රය මගින් U සර්වත්‍ර කුලකය නිරූපණය කරයි. වෘත්තය මගින් A කුලකය නිරූපණය කරන අතර එය U හි උපකුලකයකි. තවද "x" මගින් අවයව නිරූපණය කරයි. $7 \in A$ නමුත් $3 \notin A$ බව නිරීක්ෂණය කරන්න. වෙන් සටහනේ දී එක් එක් කුලකයට අයත් අවයව ලියනු ලබන්නේ එය අයත් සංවෘත වක්‍රයට අදාළ ප්‍රදේශය තුළයි.

- අභිශූන්‍ය කුලකය වෙන් සටහනක් මඟින් නිරූපණය කළ නොහැක.
- උපකුලක සහ කුලක කර්ම වෙන් රූප සටහනකින් නිරූපණය කිරීම.
- උපකුලකය වෙන් රූප සටහනක නිරූපණය

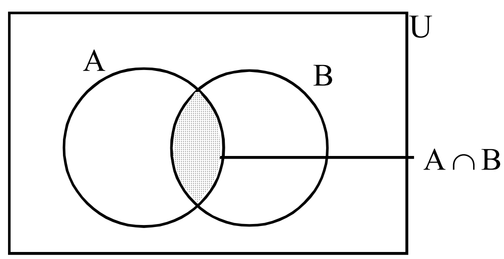
  A හා B යනු U සර්වත්‍ර කුලකයේ උපකුලක දෙකක් යයි ද $A \subseteq B$ යයි ද ගනිමු. පහත වෙන් රූප සටහන සලකමු.



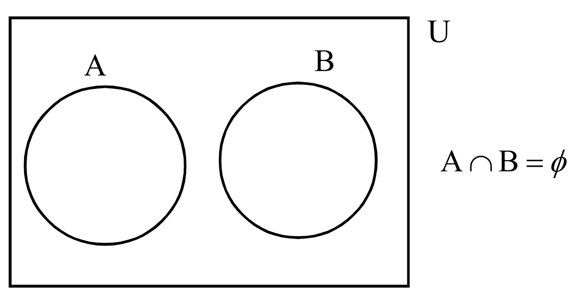
මෙම වෙන් රූප සටහන මඟින් $A \subseteq B$ නිරූපණය කරයි.

- කුලක කර්ම වෙන් රූප සටහනක් මඟින් නිරූපණය

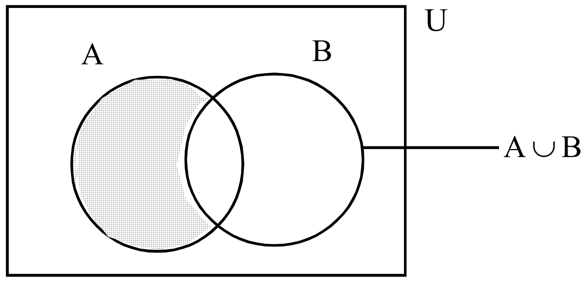
  A හා B යනු U සර්වත්‍ර කුලකයේ උපකුලක දෙකක් යයි ගනිමු.



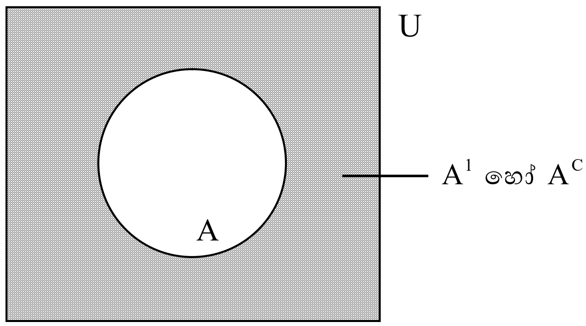
- පහත රූප සටහන් මඟින් විශේෂ අවස්ථා නිරූපණය කෙරේ.



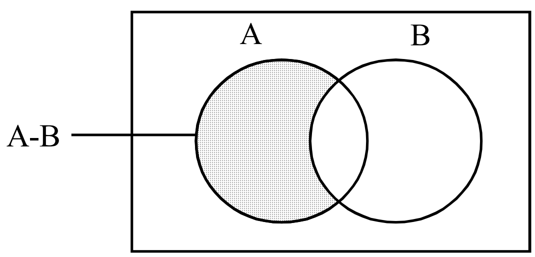
කුලක මේලය



කුලක අනුපූරකය



සාපේක්ෂ අනුපූරකය



(2) කුලක සර්වසාම්‍ය හඳුන්වන්න.

- වෙන් රූප සටහනක ප්‍රදේශය නිරීක්ෂණයෙන් කුලක සර්ව-සාම්‍ය හඳුනා ගත හැකියි.

  උදා:- $(A|B) \cup (B\setminus A)$ සහ $(A\cup B)\setminus(A\cap B)$ කුලක සඳහා වෙන් රූප සටහන් අඳින්න.

  එමඟින් $(A|B) \cup (B\setminus A)$ සහ $(A\cup B)\setminus(A\cap B)$ අයත් ප්‍රදේශ සමාන බව නිගමනය කරන්න.

3. • වෙන් රූප භාවිතයෙන් කුලක සර්වසාම්‍ය සත්‍යාපනය කරන්න.
   • කුලක සර්වසාම්‍ය හා බැඳුණු ප්‍රතිඵල ඔප්පු කරන්න.

4. • $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ ලබා ගන්න.
   • $n(A\cup B\cup C)$ සඳහා සූත්‍රය ලබා ගන්න.

නිපුණතාව 3 : ගණිතමය තර්කණය හසුරුවයි.

නිපුණතා මට්ටම 3.1 : ප්‍රකාශ හඳුනා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :

1. ප්‍රකාශ හඳුනා ගනියි.
2. විවිධ වර්ගවල ප්‍රකාශ හඳුනා ගනියි.
3. සියලු ම ආකාරයේ ප්‍රකාශවල අර්ථ දැක්වීම ලියයි.
4. අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශ අර්ථ දක්වයි.
5. සංයුක්ත ප්‍රකාශ අර්ථ දක්වයි.
6. සත්‍ය වගු නිර්මාණය කරයි.
7. තර්කානුකූල තුල්‍ය අර්ථ දැක්වීම ප්‍රකාශ කර සිද්ධියක සිදුවීම පුරෝකථනය කරයි.
8. පරිච්ඡේදකය අර්ථ දක්වයි.
9. පුරෝකථන සංකේතායන කර ලියයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. පහත උදාහරණ මගින් ප්‍රකාශ හඳුන්වා දෙන්න.

- එදිනෙදා පරිසරයේ භාවිත කරන වගන්තියක් දෙන්න.
- එය සත්‍ය ද අසත්‍ය ද යන වග හඳුන්වා දෙන්න.

පහත වගන්ති සලකන්න.

1. ශ්‍රී ලංකාවේ අගනුවර කොළඹ වේ.
2. ඔබේ නම කුමක් ද?
3. හත, තුනට එකතු කළ විට දහයට සමාන වේ.
4. දොර වහන්න
5. 8හි වර්ග මූලය
6. $2x = 10$
7. ඔබ නිදි ද?
8. ඔහු උසස් පෙළ ශිෂ්‍යයෙකි.
9. මට බඩගිනි යි.
10. සෑම ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ම ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් වේ.

ඉහත 1, 3, 8, 9 සහ 10 වගන්ති වන අතර අනිත් ඒවා එසේ නොවේ.

ඉහත (1) හා (3) සත්‍ය වන අතර 10 සත්‍ය නොවේ. අනෙක් අතට 8 හා 9 සත්‍ය වන්නේ වත් අසත්‍යවන්නේ වත් නැත. (එහි සත්‍යතාව හෝ අසත්‍යතාව හෝ රඳා පවතින්නේ ඔහු හෝ මම හෝ යන පද මත ය.)
මෙහි 2, 7 ප්‍රශ්න ද 4 නියෝගයක් ද 5 සහ 6 අසම්පූර්ණ වගන්ති ද වේ.

2. විවිධ වර්ගවල ප්‍රකාශ හඳුන්වාදෙන්න.
   - ගණිතමය ප්‍රකාශ
   - ගණිතමය නොවන ප්‍රකාශ
   - සරල ප්‍රකාශ
   - සංකීර්ණ ප්‍රකාශ

ගණිතමය ප්‍රකාශ/ගණිතමය නොවන ප්‍රකාශ

ඉහත වගන්තිවලින් (3) හා (10) ගණිතමය ප්‍රකාශ වන අතර (1) ගණිතමය නොවන ප්‍රකාශයකි.

සරල ප්‍රකාශ/සංකීර්ණ ප්‍රකාශ

මෙම සියලු ම (1), (3), හා (10) සරල ප්‍රකාශ වේ. තාර්කිකයේ මූලික තැනිලිගුටකය සරල ප්‍රකාශයයි. සරල ප්‍රකාශයක් වෙනත් ප්‍රකාශයක සංරචකයක් ලෙස එහි ඇතුළත් නොවන ප්‍රකාශයකි.

''එකට එකක් එකතු කල විට දෙක ලැබේ.'' හෝ ''එක බින්දුවට වඩා විශාල වේ'' හෝ යන ප්‍රකාශ සරල ප්‍රකාශ නොවේ. මෙහි ''එකට එකක් එකතු කළ විට දෙක ලැබේ.'' සහ ''එක බිංදුවට වඩා විශාල වේ'' යන සරල ප්‍රකාශ දෙක සංරචක ලෙස ඇත. මෙවැනි ආකාරයේ වගන්ති, සංකීර්ණ ප්‍රකාශ ලෙස හැඳින්වේ. සරල ප්‍රකාශයක් නොවන වගන්තියක් සංකීර්ණ ප්‍රකාශයක් ලෙස හැඳින්වේ.

3. සියලු ම ආකාරවල ප්‍රකාශනවල අර්ථ දැක්වීම් ලියන්න.
   - ප්‍රකාශයක අර්ථ දැක්වීම
   - ප්‍රකාශයක සත්‍ය අගය
   - ප්‍රකාශය සඳහා සංකේතය
   - ප්‍රකාශයක නිශේධනය

ප්‍රකාශයක අර්ථ දැක්වීම

සත්‍ය හෝ අසත්‍ය වන නමුත් දෙකම නොවන ප්‍රකාශිත වගන්තියක්, ප්‍රකාශයක් වේ.

උදාහරණ ලෙස ඉහත (1), (3) හා (10) වාක්‍ය ප්‍රකාශ වේ. (8) හා (9) වගන්ති සත්‍ය වන්නේත් අසත්‍ය වන්නේත් නැති නිසා ඒවා ප්‍රකාශ නොවේ. ප්‍රකාශ නොවන වගන්ති තවදුරටත් ප්‍රශ්න [(2), (7)] විධාන (4), ගණිතමය ප්‍රකාශන (expressions) [(5) හා (6)] යනාදි ආකාරවලට නැවත බෙදිය හැකි ය.

ප්‍රකාශයක සත්‍ය අගය: සෑම ප්‍රකාශයක් ම එක්කෝ සත්‍ය හෝ අසත්‍ය වගන්තියක් වේ. ඒ නිසා සියලු ප්‍රකාශ සඳහා නාමික ව සත්‍ය (T මගින් දක්වමු) හෝ අසත්‍ය (F මගින් දක්වමු) ලෙස සත්‍ය අගයක් ඇත.

උදාහරණ ලෙස, ''ශ්‍රී ලංකාවේ අගනුවර කොළඹ වේ'' යන ප්‍රකාශයේ සත්‍ය අගය T ද, ''තුනට හතක් එකතු කළ විට අගය දහයට සමාන වේ'' යන ප්‍රකාශයේ සත්‍ය අගය T ද ''සෑම ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක්ම ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් වේ'' යන ප්‍රකාශයේ අසත්‍ය අගය F ද වේ.

ප්‍රකාශ සඳහා සංකේත

ප්‍රකාශයක් සඳහා සංකේත වශයෙන් අපි බොහෝ විට p,q,r පද නිපාත දැක්වීමට යොදමු. නිපාත වැඩි ගණනක් සම්බන්ධ වේ නම් $p_1, p_2, ...p_n$ යොදමු.

උදාහරණ ලෙස p : කොළඹ ශ්‍රී ලංකා අගනුවර වේ

q : තුනෙහි හා හතෙහි එකතුව දහය වේ ලෙස ලිවිය හැකිය.

ප්‍රකාශනයක ප්‍රතිෂේධය

- ප්‍රතිෂේධය ද ප්‍රකාශයක්ම බව හඳුන්වන්න.
- ප්‍රකාශයක සත්‍ය අගය හා එහි ප්‍රතිෂේධය අතර සම්බන්ධය හඳුන්වන්න.
- ප්‍රතිෂේධනාත්මක ප්‍රකාශයක සංකේත හඳුන්වා දෙන්න.

ප්‍රතිෂේධය ද ප්‍රකාශයක්ම බව පැහැදිලි කිරීම

පහත වගන්ති සලකන්න.

(a) කොළඹ ශ්‍රී ලංකාවේ අගනුවර නොවේ

(b) තුනෙහි හා හතෙහි එකතුව දහයට සමාන නොවේ

(c) සෑම ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ම ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් නොවේ

(a) වාක්‍යය අසත්‍ය වේ. එය (i) වාක්‍යයේ ප්‍රතිෂේධයයි. එම නිසා (a) වාක්‍ය ප්‍රකාශයකි.

(b) වාක්‍යය අසත්‍ය වගන්තියක් නිසා එය ද ප්‍රකාශයක් ලෙස හඳුන්වමු. ඉහත (10) වගන්තියේ ප්‍රතිෂේධය (c) නිසා එය සත්‍ය වන අතර එනයින් එය ප්‍රකාශයක් වේ.

- **ප්‍රකාශයක සත්‍ය අගයේ හා එහි ප්‍රතිෂේධය අතර සම්බන්ධය හඳුනාගැනීම**

  ඉහත උදාහරණයේ ප්‍රකාශයක ප්‍රතිෂේධයේ සත්‍ය අගය මුල් ප්‍රකාශයේ සත්‍ය අගයට විරුද්ධ බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

- **ප්‍රතිෂේධ ප්‍රකාශ සඳහා සංකේත හැඳින්වීම**

  දෙන ලද '' p නොවේ'' ප්‍රකාශය සඳහා හෝ එය p අවස්ථාව නොවේ යන්න $\sim p$ හෝ $\neg p$ මඟින් දක්වමු.

  සාධාරණ වශයෙන් ප්‍රතිෂේධ ප්‍රකාශයක් මඟින් එහි සත්‍ය අගය මාරු කරයි.

  මෙලෙස p හි සත්‍ය අගය T නම් එවිට $\sim p$ හි සත්‍ය අගය F වේ

  p හි සත්‍ය අගය F නම් එවිට $\sim p$ හි සත්‍ය අගය T වේ

4. **සත්‍ය වගු ගොඩනැඟීම**
   - තාර්කික සම්බන්ධක හඳුන්වා දෙන්න. (''සහ'', ''හෝ'', ''නම් එවිට'', ''නම් හා නම්ම පමණක්'')
   - ගණිතමය පද, ඉංග්‍රීසි ප්‍රකාශන හා සංකේත ආකාර හඳුන්වා දෙන්න.
   - සත්‍යතා වගු හඳුන්වා දෙන්න.
   - ප්‍රතිෂේධය සඳහා සත්‍යතා වගු ගොඩනඟා පෙන්වන්න.
   - සම්බන්ධකවලට අනුරූප සත්‍යතා වගු ගොඩනගන්න. (''සහ'', ''හෝ''. ''නම් එවිට'', නම් හා නම්ම පමණක්)

තාර්කික සම්බන්ධක හැඳින්වීම ගණිතයේ දී සංඛ්‍යා $+, \times, -, \div$ යන සුපුරුදු කර්ම මගින් සම්බන්ධ කරන බව පැහැදිලි කරන්න.

උදාහරණයක් ලෙස $\left(2+7\times(11-5)\right)\div 8$ සලකන්න.

ඒ ආකාරයට ම තර්කණයේ දි සරල ප්‍රකාශ ''සහ'', ''හෝ''. ''නම් එවිට'', ''නම් හා නම්ම පමණක්'' යන සම්බන්ධක මඟින් සම්බන්ධ කළ හැකි ය.

මේවාට තර්කික සම්බන්ධක යැයි කියනු ලැබේ. තර්කන අංකනයෙන් ඒවා පිළිවෙළින් "$\wedge$", "$\vee$", "$\Rightarrow$", "$\Leftrightarrow$' ලෙස ලියයි.

උදාහරණයක් ලෙස ''දෙකට දෙකක් එකතු කළ විට පහට සමාන වේ හෝ 9හි වර්ගමූලය තුන වේ'' යන ප්‍රකාශය ''දෙකට, දෙකක් එකතු කළ විට පහ වේ'' ද ''නවයෙහි වර්ගමූලය තුන වේ'' යන සරල ප්‍රකාශ දෙක අතර ''හෝ'' යන තාර්කික සම්බන්ධකය මඟින් ගොඩ නැඟී ඇත.

ගණිතමය පද ඉංග්‍රීසි ප්‍රකාශ හා සංකේතමය ආකාර හැඳින්වීම

p මඟින් ප්‍රකාශයක් දක්වමු.

ගණිතමය පදය	ඉංග්‍රීසි ප්‍රකාශනය	සංකේතමය ආකාරය
ප්‍රතිෂේධය	p නොවේ	$\sim p$
සංයුක්ත්ජනය	p සහ q	$p \wedge q$
වියුක්ත්ජනය	p හෝ q	$p \vee q$
ගම්‍යය	p නම්. එවිට q	$p \Rightarrow q$
ද්වි-අසම්භාව්‍ය	p නම් හා නම්ම පමණක් q	$p \Leftrightarrow q$
තුල්‍යතාව		

සත්‍යතා වගුව හැඳින්වීම

සත්‍යතා වගුවක් මඟින් ප්‍රකාශයක සත්‍ය අගය හා එහි සංරචක (සරල ප්‍රකාශ) අතර සම්බන්ධතාව ප්‍රදර්ශනය කරයි.

ප්‍රකාශයක් පොදුවේ සංරචක (සරල ප්‍රකාශ) ගණනාවකින් සමන්විත වේ. උදාහරණ ලෙස ($p \vee q$)හි p හා q මඟින් අභිමත සරල ප්‍රකාශ නිරූපණය කරන සංරචක අන්තර්ගත වේ.

මෙම සම්බන්ධතාවේ ප්‍රකාශයක සත්‍ය අගයන් හා එහි සංඝටක සංරචකවල සත්‍ය අගය වගුවකින් දැක්විය හැකි ය.
සංරචකවල විය හැකි සියලු සත්‍ය අගය සඳහා ප්‍රකාශයක සත්‍ය අගය වගු ගත කළ විට එයට සත්‍යතා වගුවක් යැයි කියමු.

ප්‍රතිෂේධයක් සඳහා සත්‍ය වගුවක් ගොඩනැගීම
ප්‍රකාශයක ප්‍රතිෂේධ ප්‍රකාශයේ සත්‍ය අගය එහි මුල් ප්‍රකාශයේ සත්‍ය අගයට විරුද්ධ වේ.

පහත සඳහන් වගුව p ප්‍රකාශයේ හා එහි ප්‍රතිෂේධය $\sim p$ සත්‍ය අගය දක්වයි.

p	$\sim p$
T	F
F	T

තර්කණ සම්බන්ධක සඳහා අනුරූප සත්‍ය වගු ගොඩනඟන්න.

සංයුක්ජනයේ (conjunction) සත්‍ය වගුව
පහත සත්‍ය වගුව $p \wedge q$ හි සත්‍ය අගය හා සබැඳේ.

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
F	T	F
T	F	F
F	F	F

$p \wedge q$ හි සංයුක්ජනය සත්‍ය වන්නේ p හා q දෙක ම සත්‍ය වන්නේ නම් පමණකි. එසේ නොවේ නම් $p \wedge q$ අසත්‍ය වේ.
උදාහරණයක් ලෙස පහත ප්‍රකාශ සලකන්න.
p : එක ඔත්තේ නිඛිලයකි.
q : ශූන්‍යය 2ට වඩා වැඩි වේ.

p හා q හි සංයුක්ජනය වන $p \wedge q$: එක ඔත්තේ නිඛිලයකි හා බින්දුව 2ට වඩා වැඩි වේ යන්න අසත්‍ය ප්‍රකාශයක් වන්නේ q අසත්‍ය වන නිසා ය (p සත්‍ය වුවත්)

වියුක්ජනය (Disjunction)හි සත්‍යතා වගුව

පහත සත්‍යතා වගුව $p \vee q$ හි සත්‍ය අගයයන් හා සම්බන්ධයි

p	q	$p \vee q$
T	T	T
F	T	T
T	F	T
F	F	F

$p \vee q$ වියුක්ජනය සත්‍ය වන්නේ අඩු තරමේ p හා q වලින් එකක් වත් සත්‍ය වන්නේ නම් ය. එසේ නොවේ නම් $p \vee q$ අසත්‍ය වේ.
එම නිසා $p \vee q$ සත්‍ය වන්නේ p හා q වලින් හරියට ම p හා q එකක් හෝ දෙක ම සත්‍ය වේ නම් පමණයි.

$p \vee q$ වියුක්ජනය අසත්‍ය වන්නේ p සහ q දෙක ම අසත්‍ය වන්නේ නම් පමණි. නැතහොත් $p \vee q$ සත්‍ය වේ.
උදාහරණයක් ලෙස පහත ප්‍රකාශ සලකන්න.
p : 2 නිඛිලය ඉරට්ට වේ
q : 6, 2ට වඩා කුඩා වේ
$p \vee q$ වන p හා q හි වියුක්ජනය : 2 නිඛිලය ඉරට්ට වේ හෝ 6, 2ට වඩා අඩුවේ යන්න සත්‍ය ප්‍රකාශයක් වන්නේ p හා q යන දෙකින් අඩු වශයෙන් එකක් වත් (මේ අවස්ථා වේ p සත්‍ය වේ) සත්‍ය වන බැවිනි.

5. අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශ අර්ථ දක්වීම

- අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශ
- ද්වි අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශ

අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශ ''ටොම් බල්ලෙක් වේ එවිට ඌ සතෙක් වේ'' ආකාරයේ ප්‍රකාශ අසම්භාවී ප්‍රකාශ වේ.

අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශයක සත්‍යතා වගුව
මෙම ප්‍රකාශය ''ටොමී බල්ලෙක් වේ'' හා ''ටොම් සතෙක් වේ'' යන සරල ප්‍රකාශ දෙක ''නම් එවිට'' සම්බන්ධකය මගින් සම්බන්ධ කිරීමෙන් ගොඩනගා ඇත.
සාධාරණ වශයෙන් p හා q ප්‍රකාශ සඳහා '' p නම් එවිට q '' අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශය යන්න $P \Rightarrow$ මගින් අංකනය කරයි.
පහත සත්‍යතා වගුව $p \Rightarrow q$ හි සත්‍ය අගය හා සම්බන්ධ වේ.

p	q	$p \Rightarrow q$
T	T	T
F	T	T
T	F	F
F	F	T

මෙය තේරුම් ගැනීමට අපහසු නම්, $p \Rightarrow q$ හි අදහස "p සත්‍ය නම් එවිට q සත්‍ය වේ" යන්න මතකයට ගන්න.

p අසත්‍ය නම්, එවිට අප q ගැන සලක්නේ නැත. එනම් මේ අවස්ථාවේ දී p පැහැර හැරීමෙන් $p \Rightarrow q$ සත්‍ය ලෙස අගයයි.

පහතින් දැක්වෙන්නේ විවිධ ඉංග්‍රීසි ප්‍රකාශ අතුරින් කිහිපයක් $p \Rightarrow q$ ලෙස පරිවර්තනය වන ආකාරයයි.

p නම්, එවිට q
p මඟින් q ගම්‍ය වේ
p නම් q
q හැමවිට ම p
q නම් පමණක් p
q සඳහා p ප්‍රමාණවත් වේ
p සඳහා q අනිවාර්ය වේ

උදාහරණයක් ලෙස $p: 1+2=4$

q : 3, 4ට වඩා කුඩා වේ ප්‍රකාශ සලකන්න.

p හා q හි ගම්‍ය වීම

$p \Rightarrow q$: $1+2=4$ නම්, එවිට 3, 4ට වඩා කුඩා වේ යන්න p අසත්‍ය නිසා, සත්‍ය ප්‍රකාශයකි

කෙසේ වෙතත්, : 3 කුඩායි 4 නම්, එවිට $1+2=4$ අසත්‍ය ප්‍රකාශයක් මෙයට හේතුව q සත්‍යය සහ p අසත්‍ය වීමයි.

ද්වි-අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශ

(ii) ද්වි අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශවල සත්‍යතා වගුව

"q නම් හා නම් ම පමණක් p" ආකාරයේ ප්‍රකාශ ද්වි-අසම්භාව්‍ය ප්‍රකාශ ලෙස හඳුන්වයි.

පහත සත්‍යතා වගුව $p \Leftrightarrow q$ සත්‍ය අගයයන් හා සම්බන්ධයි.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
T	T	T
F	T	F
T	F	F
F	F	T

පහතින් දැක්වෙන්නේ විවිධ ඉංග්‍රීසි ප්‍රකාශ කිහිපයක් $p \Leftrightarrow q$ බවට පරිවර්තනය කරන ආකාරයයි.

- q නම් හා නම්ම පමණක් p
- p, qට තුල්‍ය වේ.
- q සඳහා p අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් වේ

සංයුක්ත ප්‍රකාශ අර්ථ දැක්වීම

- සංයුක්ත ප්‍රකාශ හැඳින්වීම
- සංයුක්ත ප්‍රකාශ සඳහා සත්‍ය අගය

6. **සංයුක්ත ප්‍රකාශ හැඳින්වීම**

සංයුක්ත ප්‍රකාශයක් යනු අඩු වශයෙන් සංරචකයක් ලෙස එක් සරල ප්‍රකාශයක්වත් අඩංගු ප්‍රකාශයකි.

සංයුක්ත ප්‍රකාශ ලෙස හැඳින්වෙන වඩාත් සංකීර්ණ ප්‍රකාශ තැනීම සඳහා දෙන ලද ප්‍රකාශ වලට $\sim, \wedge, \vee$ සහ $\Rightarrow$ සංකේත භාවිත කළ හැකියි.

උදාහරණයක් ලෙස දෙන ලද p හා q ප්‍රකාශ සඳහා $p \wedge q$ සංයුක්ජනය සංයුක්ත ප්‍රකාශයකි.

තරමක් වඩා සංකීර්ණ උදාහරණයක් ලෙස පහත දී ඇති සංයුක්ත ප්‍රකාශය සලකන්න. $\left((\sim p) \vee \sim (q \vee r)\right) \wedge \left(\sim \left(s \vee \left(q \Rightarrow (\sim t)\right)\right)\right)$

සංයුක්ත ප්‍රකාශ සඳහා සත්‍ය අගය

සංයුක්ත ප්‍රකාශය p හා q ප්‍රස්තුත දෙකෙන් සමන්විත යැයි සලකන්න. එවිට සත්‍යතා වගුවෙහි පේළි හතරක් අඩංගු වේ. තීරු සංඛ්‍යාව සම්බන්ධක සංඛ්‍යාවට වඩා දෙකක් වැඩි වේ. ප්‍රතිෂේධය ද සම්බන්ධකයන් ලෙස සැලකේ.

උදාහරණයක් ලෙස $\sim (p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$ සංයුක්ත ප්‍රකාශය සලකන්න.

මෙම සංයුක්ත ප්‍රකාශයට ප්‍රස්තුත දෙකක් ද සම්බන්ධක හතරක් ද අන්තර්ගත වේ. එබැවින් සත්‍යතා වගුවේ පේළි හතරක් ද තීරු හයක් ද වේ.

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$	$p \vee q$	$\sim (p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
T	T	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T
T	F	T	F	T	T
F	F	F	T	F	F

සංයුක්ත ප්‍රකාශයක p, q, r ලෙස ප්‍රස්තුත තුනක් අන්තර්ගත වන අවස්ථාවක සත්‍යතා වගුවේ පේළි අටක් ඇතුළත් වේ. සම්බන්ධක ගණනට තුනක් එකතු කළ විට තීරු ගණන ලැබේ.

උදාහරණයක් ලෙස $r \Rightarrow p \wedge q$ සංයුක්ත ප්‍රකාශය සලකන්න.

මෙම සංයුක්ත ප්‍රකාශය ප්‍රස්තුත තුනකින් හා සම්බන්ධක දෙකකින් සමන්විත වේ.

එම නිසා සත්‍යතා වගුවට පේළි 8ක් හා තීරු 5ක් අන්තර්ගත වේ.

p	q	r	$p \wedge q$	$r \Rightarrow (p \wedge q)$
T	T	T	T	T
F	T	T	F	F
T	F	T	F	F
F	F	T	F	F
T	T	F	T	T
F	T	F	F	T
T	F	F	F	T
F	F	F	F	T

7. තර්කානුකූල තුල්‍ය හා සිද්ධියක පුරෝකථන සඳහා අර්ථ දැක්වීම ප්‍රකාශ කිරීම.
    - තර්කානුකූල තුල්‍යය හඳුන්වන්න.
    - තර්කානුකූල තුල්‍යය අර්ථ දක්වන්න.
    - සත්‍යතා වගුවක් භාවිත කර තර්කානුකූල තුල්‍යයක් සත්‍යාපනය කරන්න.
    - පුරෝකථන හඳුන්වන්න.
    - පුරෝකථන අර්ථ දක්වන්න.

තර්කානුකූල තුල්‍යය හඳුනා ගැනීම

පහත ප්‍රකාශ සලකන්න.

ඇයට බළලෙක් හෝ බල්ලෙකු හෝ නොමැත. වෙනත් ආකාරයකට කියනව නම්, ඇයට බළලෙක් නොමැත හා ඇයට බල්ලකු නොමැත. මෙම ප්‍රකාශ දෙකට ම එක ම තේරුමක් ඇති බැවින් ඒවා තර්කානුකූල තුල්‍ය වේ.

සංකේතාත්මක ව

p : ඇයට බළලෙකු සිටීයි.

q : ඇයට බල්ලෙකු සිටීයි.

එවිට $\sim(p \vee q)$ හා $\sim p \wedge \sim q$ යනු තර්කානුකූල තුල්‍ය වේ.

තර්කානුකූල තුල්‍යය අර්ථ දැක්වීම

ප්‍රස්තුත දෙකක් තර්කානුකූල ව තුල්‍ය වේ (හෝ සමාන වේ හෝ) යයි කියනු ලබන්නේ ඒවාට එකම සර්වසම සත්‍ය අගයයන් ඇත්නම්ය.

තර්කානුකූල තුල්‍යතාව '' $\equiv$ '' සංකේතය මඟින් දක්වමු.

උදාහරණයක් ලෙස '' $\sim(p \vee q)$ '' හා '' $\sim p \wedge \sim q$ '' ප්‍රකාශ තර්කානුකූල තුල්‍ය වේ.

සංකේතාත්මක ව $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ දක්වයි.

තර්කානුකූල තුල්‍ය සත්‍යතා වගු මඟින් සත්‍යාපන කිරීම

උදාහරණයක් ලෙස $\sim(p \vee q)$ සහ $\sim p \wedge \sim q$ ප්‍රකාශ සලකමු. එහි සත්‍යතා වගුව පහත ආකාර වේ.

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

මෙහි $\sim(p \wedge q)$ හා $\sim p \wedge \sim q$ ප්‍රකාශවලට p හා q සරල සංරචක ප්‍රකාශවලට විය හැකි සියලු නියම කරන ලද සඳහා සර්වසම සත්‍ය අගය ඇත.

එම නිසා $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

8. **පුරෝකථන හැඳින්වීම**

උදාහරණයක් ලෙස පහත වගන්තිය සලකන්න.

$p : x$ යනු ඔත්තේ නිඛිලයකි. මෙම වගන්තිය සත්‍ය හෝ අසත්‍ය නොවේ. සත්‍යතාව හෝ අසත්‍යතාව රඳා පවතින්නේ x විචල්‍යයේ අගය මතයි.

x හි සමහර අගය සඳහා වගන්තිය සත්‍ය වේ. සමහර අගය සඳහා එය අසත්‍යවේ එනිසා මෙම වගන්තිය ප්‍රකාශයක් නොවේ. කෙසේ වෙතත් අප, මෙම වගන්තිය $\mathrm{p}(x)$ මඟින් දක්වමු. ඒ කෙසේ ද යත්, $\mathrm{p}(x); x$ ඔත්තේ නිඛිලයකි.

එවිට $\mathrm{p}(3)$ සත්‍ය වන අතර $\mathrm{p}(4)$ අසත්‍ය වේ. මෙම උදාහරණයේ දී ''$\mathrm{p}(x); x$ ඔත්තේ නිඛිලයකි'' යන වගන්තිය x සඳහා $\mathrm{p}(x)$ යන්න ප්‍රකාශයක් නිසා සියලු නිඛිල කුලකය වසම වූ පුරෝකථනයකි.

පුරෝකථන අර්ථ දැක්වීම

පුරෝකථන යනු පරිමිත විචල්‍ය සංඛ්‍යාවක් අන්තර්ගත වගන්තියක් වන අතර විචල්‍ය සඳහා නිශ්චිත අගයන් ආදේශ කළ විට එය ප්‍රකාශයක් බවට පත්වේ. පුරෝකථන විචල්‍යයක වසම, විචල්‍ය සඳහා ආදේශ කළ හැකි සියලු අගය කුලකයයි.

9. **පරිච්ඡේදක අර්ථ දැක්වීම**

පරිච්ඡේදක හැඳින්වීම

(i) සර්වත්‍ර පරිච්ඡේදකය

$x^2 \geq 0$ ප්‍රකාශනය සලකන්න. මෙය සියලු තාත්වික x සංඛ්‍යා සඳහා සත්‍ය බව පැහැදිලිය. එනිසා වඩා නිශ්චිතවම ''සියලු ම තාත්වික x සංඛ්‍යා සඳහා $x^2 \geq 0$ බව අපට කිව හැකිය. මෙම ප්‍රකාශය සියලු ප්‍රකාශ සඳහා සර්වත්‍ර පරිච්ඡේදකය යයි කියයි. සියලු ම යන වාක්‍ය කණ්ඩය $\forall$ සංකේතයෙන් අංකනය කර දක්වයි. එයට සර්වත්‍ර පරිච්ඡේදකය යයි කියනු ලැබේ.

(ii) සංදෘෂ්ටික පරිචේදකය

$2x-6=0$ ප්‍රකාශය සලකන්න.

මෙය x හි එක අගයකට පමණක් වලංගු වන බව පැහැදිලිය. එනිසා වඩා නිශ්චිතව අපට '' $2x-6=0$ වන පරිදි x නම් තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් පවතී'' යයි කිව හැක.

මෙම ප්‍රකාශයෙන් අදහස් කරන්නේ $2x-6=0$ ප්‍රකාශය සත්‍ය වන පරිදි x සඳහා අවම වශයෙන් එක් අගයක් වත් පවතින බවයි.

එහි පවතියි යන වාක්‍ය ඛණ්ඩය $\exists$ යන සංකේතය මගින් අංකනය කරන අතර එයට සංදෘෂ්ටික පරිච්ඡේදකය යයි කියනු ලැබේ.

- පුරෝකථන (predicaties) සංකේතකරණය කර ලිවීම

  පුරෝකථන සඳහා සංකේත හඳුන්වා දෙන්න.

  පරිච්ඡේදක ඇතුළත් ප්‍රකාශ සංකේතකරණය කරන්න.

පුරෝකථන සඳහා සංකේත හැඳින්වීම :

x නම් එක් විචල්‍යක් අන්තර්ගතවන ප්‍රකාශ දැක්වීම සඳහා අපි $\mathrm{p}(x)$ සහ x, y විචල්‍ය දෙකක් අන්තර්ගත වන ප්‍රකාශ දැක්වීමට $\mathrm{p}(x,y)$ භාවිත කරමු.

උදාහරණ ලෙස

- x ප්‍රකෘති සංඛ්‍යාවක් වන පරිදි වූ x විචල්‍යය ඇතුළත් $2 < x < 5$ පුරෝකථනයකි.

- x හා y තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වන පරිදි වූ $x^2+y^2=9$ යන්න x හා y විචල්‍ය දෙක සහිත පුරෝකථනයකි.

- $1+2+3+.......+n=\frac{n}{2}(n+1)$ මෙහි n යනු ප්‍රකෘති සංඛ්‍යාවකි.

ඉහත (i) $p(x); 2<x<5$ එනම් $p(x)$, $2<x<5$ අංකනය කරයි.

ඉහත (ii) $P(x,y); x^2+y^2=9$ එනම් $P(x,y)$, $x^2+y^2=9$ දක්වයි.

ඉහත (iii) හි $p(n); 1+2+3+.......+n=\frac{n}{2}(n+1)$ එනම් $p(n)$,

$1+2+3+.......+n=\frac{n}{2}(n+1)$ දක්වයි.

පරිච්ඡේදක ඇතුළත් වන සංකේතාත්මක ප්‍රකාශ

(i) සියලු තාත්ත්වික x සංඛ්‍යා සඳහා $x^2 \geq 0$

(ii) $2x-6=0$ වන පරිදි x නම් තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් පවතී. යන ප්‍රකාශන දෙක සලකන්න.

ඉහත (i) සඳහා $p(x); x^2 \geq 0$ ගනිමු.
මෙහි x තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකි. එවිට පළමු ප්‍රකාශයේ සංකේතාත්මක ආකාරය $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x)$ වේ.

ඉහත (ii) සඳහා $Q(x); 2x-6=0$ මෙහි x තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකි. එවිට දෙවැනි ප්‍රකාශයේ සංකේතාත්මක ආකාරය $\forall x \in \mathbb{R}$ $Q(x)$ වේ.

නිපුණතාව 5 : **තාත්ත්වික විචල්‍යයෙහි ශ්‍රිත විශ්ලේෂණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 5.1 : ශ්‍රිත පිළිබඳ විමර්ශනයක යෙදෙයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල : 1. ශ්‍රිතය අර්ථ දක්වයි.

2. ශ්‍රිතයක වසම සහ පරාසය පැහැදිලි කරයි.
3. ශ්‍රිතයක් සඳහා සිරස් රේඛා පරීක්ෂාව විස්තර කරයි.
4. විශේෂිත ශ්‍රිත හඳුනා ගනියි.
5. ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අඳියි.
6. පරිණාමනය භාවිතයෙන් ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අඳියි. (තැන් මාරුව)

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • සම්බන්ධ අනුරූපණය සහ නීති හඳුන්වන්න.
   • ඒක-ඒක, ඒක-බහු, බහු-ඒක, බහු-බහු සම්බන්ධ සාකච්ඡා කරන්න.
   • ශ්‍රිත අර්ථ දක්වන්න.

   ශ්‍රිතයක අර්ථ දැක්වීම

   A කුලකයේ සිට B කුලකයට වූ f ශ්‍රිතයක් යනු A හි එක් එක් x අවයවය B හි අනන්‍ය අවයවයට අනුරූපණය වන නීතියකි. මෙය $f(x)$ ලෙස හඳුන්වයි. (x හි f ශ්‍රිතය) A කුලකය ශ්‍රිතයේ වසම ලෙසත් B කුලකය ශ්‍රිතයේ සහ වසම ලෙසත් $\{f(x)/x \in \text{A}\}$ යන්නෙන් හැඳින්වෙන කුලකය ශ්‍රිතයේ පරාසය ලෙසත් $y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ලෙසත් හැඳින්වේ.

   A කුලකයේ සිට B කුලකයට ඇති ශ්‍රිතය $f: \text{A} \to \text{B}$ ලෙස නිරූපණය කළ හැකි ය.
   • ශ්‍රිත සඳහා උදාහරණ දෙන්න.

3. • ශ්‍රිත සඳහා සිරස් රේඛා පරීක්ෂණය විස්තර කරන්න.
   • සිරස් රේඛා පරීක්ෂණය යටතේ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
4. පහත විශේෂිත ශ්‍රිත හඳුනා ගනියි.
   • නියත ශ්‍රිතය
   • මාපාංක ශ්‍රිතය
   • කඩමනිත් ශ්‍රිතය
   • ඉහත ශ්‍රිත උදාහරණ මඟින් පැහැදිලි කරන්න.

5. පහත ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරවල හැඩ ලබා ගැනීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

- $f(x) = |x|$
- $f(x) = x^2$
- $f(x) = \sqrt{x}, \quad x \geq 0$
- $f(x) = \dfrac{1}{x}, \quad x \neq 0$
- $f(x) = \dfrac{1}{x^2}, \quad x \neq 0$

6. තිරස් පරිණාමනය භාවිතයෙන්, ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අපෝහනයට සිසුන් යොමු කරවන්න.

නිපුණතා මට්ටම 5.2 : ශ්‍රිත පිළිබඳ විමර්ශනයක යෙදෙයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල : 1. ශ්‍රිත මත මූලික ගණිත කර්ම යොදයි.

2. සංයුත ශ්‍රිත අර්ථ දක්වයි.

3. සංයුත ශ්‍රිත සඳහා අංකන ලියයි.

4. ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිත අර්ථ දක්වා ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිත සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ශ්‍රිත සඳහා වන ගණිත කර්ම

- $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(f.g)(x) = f(x).g(x)$
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

2. සංයුක්ත ශ්‍රිතය

$f: X \to Y$ හා $g: Y \to Z$ මගින් ශ්‍රිත දෙකක් දැක්වෙන්නේ යැයි ගනිමු. එවිට f හා g හි සංයුතිය දැක්වෙන $g\,o\,f$ ශ්‍රිතය මගින් $g\,o\;f: X \to Y$ වන $f(x) = g(f(x))$ ශ්‍රිතය අර්ථ දැක්වේ.

$g\,o\,f$ අර්ථ දැක්වීම සඳහා f හි සහ වසම, g හි වසමට සමාන වීම හෝ එසේ නැතහොත් f හි සහ වසම g හි වසමේ උපකුලකයක් වීම අවශ්‍ය බව සැලකිය යුතුය. එමෙන්ම f හා g ප්‍රකාශ කරන පටිපාටිය වැදගත් වේ. එනම් $f\,o\,g$ මගින් $g\,o\,f$ ප්‍රතිස්ථාපනය,

සෑමවිටම නිවැරදි නොවේ. එමෙන්ම $g\,o\,f$ මගින් ශ්‍රිතයක් අර්ත දැක් වූ පමණින් $f\,o\,g$ මගින් ශ්‍රිතයක් අර්ත දැක්වෙන්නේ නැත. තවද $g\,o\,f$ හා $f\,o\,g$ මගින් ශ්‍රිත අර්ථ දැක්වූ පමණින් $g\,o\,f$ හා $f\,o\,g$ සමානවීම අත්‍යවශ්‍ය නොවේ.

3. **උදාහරණ 1 :**

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^{+}$ වන $f(x)=3x+2$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතය හා $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^{+}$ වන $g(x)=x^{2}-1$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිතය සලකමු. එවිට $g\,o\,f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^{+}$ වන

$$g\,o\;f(x)=g(f(x))=g(3x+2)=(3x+2)^{2}-a=9x^{2}+12x+3$$

හා $f\,o\;g(x)=f(g(x))=f(x^{2}-1)=3(x^{2}-1)+2=3x^{2}-1$

උදාහරණ 2 :

$f:\mathbb{R}^{+}\to\mathbb{R}$ වන $f(x)=\sqrt{x}-x$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන f ශ්‍රිතය හා $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ වන $g(x)=3x$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන g ශ්‍රිතය සලකමු.

$\mathbb{R}\neq\mathbb{R}^{+}$ බැවින් $g\,o\,f$ අර්ථ දැක්වෙන නමුත් $f\,o\,g$ අර්ථ නොදැක්වේ.

එවිට $gof:\mathbb{R}^{+}\to\mathbb{R}$ වන

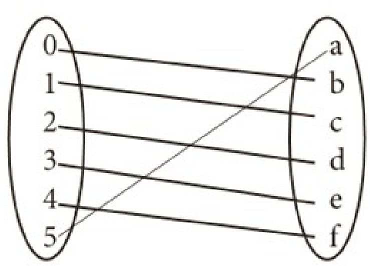
$$go\,f(x)=g(f(x))=g(\sqrt{x}-x)=3(\sqrt{x}-x)$$

ශ්‍රිතය ලැබේ.

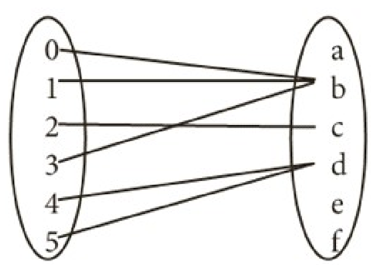
4. ඕනෑම $x_1,x_2,\in A$ සඳහා $f:A\to B$ ශ්‍රිතය ඒක ඒක ශ්‍රිතයක් නම්

$f(x_1)=f(x_2)$ නම් $x_1=x_2$ වේ. එනම් $x_1,x_2,\in A$ සඳහා $x_1\neq x_2$ නම් $f(x_1)\neq f(x_2)$ වේ.

උදාහරණ 1
එකට- එක ශ්‍රිතය



උදාහරණ 2
එකට-එක නොවන අවස්ථා



උදාහරණ

පහත දැක්වෙන ශ්‍රිත එකට-එක ශ්‍රිත බව පෙන්වන්න.

(i) $\mathrm{f}(x) = 3x + 5,$ සඳහා $x \in \mathbb{R}$

(ii) $\mathrm{f}(x) = 3 - 3x^2$ සඳහා $x \in \mathbb{R}$

(iii) $\mathrm{f}(x) = x^2\text{-2x}$ සඳහා $x \in \left[{}^{-}1, \infty\right]$

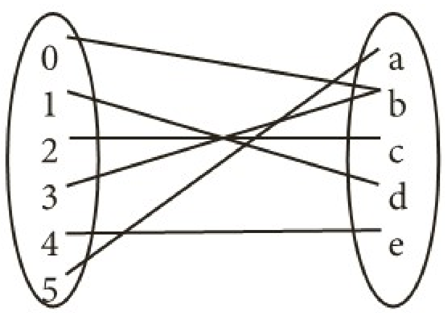
තිරස් රේඛා පරීක්ෂණය :

එකට එක ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය, තිරස් රේඛාවකින් එක වතාවකට වඩා ඡේදනය නොවේ.

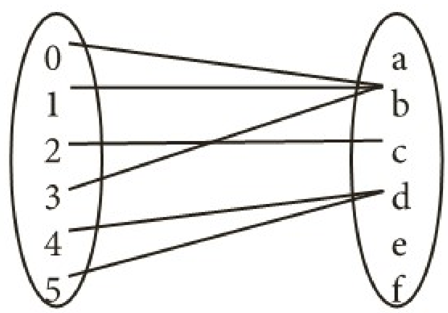
මතට ශ්‍රිත

A හා B යනු $\mathbb{R}$ හි නිශ්ශුන්‍ය උපකුලක යැයි ගනිමු. ඕනෑම $b \in B$ නම් එවිට අවම වශයෙන් එක් $a \in A$ සඳහා $b = f\,(a)$ වන පරිදි A සිට B ට අර්ථ දැක්වෙන f ශ්‍රිතයක් මතට ශ්‍රිතයක් ලෙස අර්ථ දැක්වේ. (එනම් f හි පරාසය Bට සමාන වේ.)

උදාහරණ : 3
මතට ශ්‍රිතයක් වන විට



උදාහරණ : 4
මතට ශ්‍රිතයක් නොවන විට



පහත දැක්වෙන ශ්‍රිත මතට ශ්‍රිත බව පෙන්වන්න.

(i) $f(x) = 3x + 5,$ $\mathbb{R}$ සිට $\mathbb{R}$

(ii) $f(x) = 3 - 3x^3,$ $\mathbb{R}$ සිට $\mathbb{R}$

(iii) $f(x) = x^2\text{-2x},$ $\left[{}^{-}1, \infty\right)$ සිට $\left[{}^{-}1, \infty\right)$

ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිත

A හා B යනු $\mathbb{R}$ හි නිශ්ශුන්‍ය උපකුලක යැයි ගනිමු. f යනු A සිට Bට අර්ථ දැක්වෙන එකට එක හා මතට ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. එවිට f හි ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතය f^{-1} , $y \in B$ සඳහා $f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow y = f(x)$ ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

උදාහරණ :

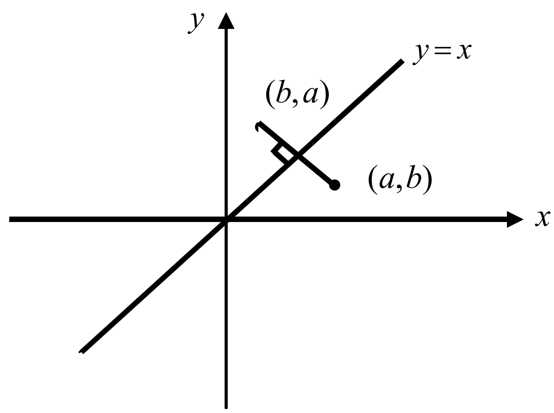
පහත ශ්‍රිත එකට එක බව පෙන්වා, f^{-1} සොයන්න. එහි වසම ද සඳහන් කරන්න.

(i) $f(x) = 3x + 5, \ \ x \in \mathbb{R}$ (ii) $f(x) = \dfrac{2+x}{1-x}, \quad x \in \mathbb{R} - \{1\}$

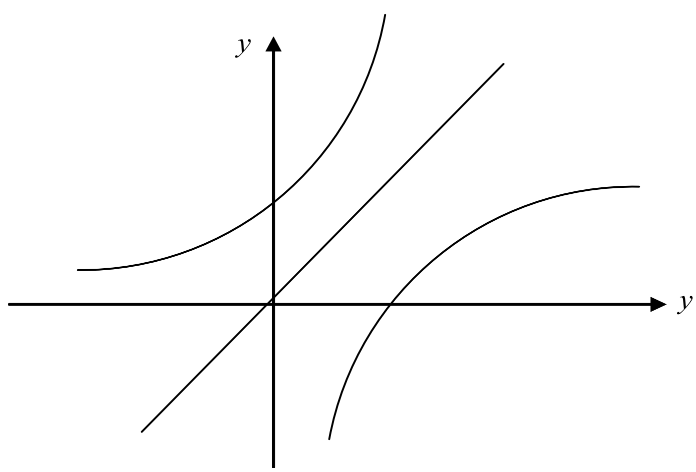
(iii) $f(x) = x^2 - 2x, \quad x \in (-1, \infty)$

$y = f^{-1}(x)$ හි ප්‍රස්ථාරය

(b,a) ලක්ෂ්‍යය යනු $y = x$ රේඛාව මත (a, b) ලක්ෂ්‍යයෙහි ප්‍රතිබිම්බය බව පළමුවෙන් සලකන්න.



$x = f(y)$ නම් ම පමණක් $y = f^{-1}(x)$ වන බැවින් $y = x$ රේඛාව මත $y = f(x)$ ප්‍රස්තාරයේ ප්‍රතිබිම්බය ගැනීමෙන් $y = f^{-1}(x)$ හි ප්‍රස්තාරය ලබාගත හැකි ය.



නිපුණතාව 6 : **ඒක විචල්‍ය බහුපද විශ්ලේෂණය කරයි.**
නිපුණතා මට්ටම 6.1 : එක විචල්‍ය බහුපද විමර්ශනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පලය :
1. එක විචල්‍ය බහුපද අර්ථ දක්වයි.
2. එක විචල්‍ය බහුපද ශ්‍රිතය මාත්‍රය නායක පදය නායක සංගුණකය අර්ථ දක්වයි.
3. බහුපද දෙකක් සමාන වීම සඳහා අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_0$ ආකාරයේ ප්‍රකාශනයකට x හි බහුපද ශ්‍රිතයක් ලෙස හඳුන්වන අතර මෙහි $a_n, a_{n-1}, a_{n-2} \ldots a_0 \in \mathbb{R}$ නියත වන අතර $r \in \mathbb{Z}^+$ වේ.

2. කිසියම් බහුපද ශ්‍රිතයක ඉහළ ම බලය එම බහුපදයේ මාත්‍රය වන අතර එම බලය අඩංගු පදය නායක පදය ලෙසටත් එම පදය හා බැඳුණු සංගුණකය නායක සංගුණකය ලෙසටත් හඳුන්වයි.

   උදාහරණ : $3x^3 + 5x^2 + 2x + 1$
   මාත්‍රය = 3
   නායක පදය = $3x^3$
   නායක සංගුණකය = 3

3. කිසියම් බහුපද දෙකක් සමාන නම් එම පදවලට අනුරූප සංගුණක සමාන විය යුතු ය.

   උදාහරණ : $\mathrm{f}(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-3}x^{n-3} + \ldots + a_0$
   $\mathrm{g}(x) = b_n x^n + b_{n-1}x^{n-1} + b_{n-2}x^{n-2} + b_{n-3}x^{n-3} + \ldots + b_0$
   $\mathrm{f}(x) = \mathrm{g}(x)$ නම් එවිට
   $a_n = b_n,\ a_{n-1} = b_{n-1},\ a_{n-2} = b_{n-2},\ \ldots\ldots,\ a_0 = b_0$

නිපුණතා මට්ටම : 6.2 බහුපද ආශ්‍රිත ගණිත කර්මවල යෙදෙයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පලය :
1. බහුපද ආශ්‍රිත ගණිත කර්ම භාවිත කර ගැටලු විසඳයි.
2. බහුපද ශ්‍රිතයක් තවත් බහුපද ශ්‍රිතයකින් බෙදයි.
3. සංශ්ලේෂණ බෙදීම ප්‍රකාශ කරයි.
4. ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරයි.
5. ශේෂ ප්‍රමේයය සාධනය කරයි.
6. සාධක ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරයි.
7. සාධක ප්‍රමේයය සාධනය කරයි.
8. සාධක ප්‍රමේයයේ ප්‍රතිලෝමය ප්‍රකාශ කරයි.

9. ශේෂ ප්‍රමේයය සහ සාධක ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.
10. බහුපද සමීකරණ විසඳයි. (මාත්‍රය හතර)
11. බහුපද ශ්‍රිතයක ශුන්‍ය ලක්ෂ්‍ය හඳුන්වයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. බහුපද ශ්‍රිත ආකලනය, ව්‍යාකලනය සහ ගුණ කිරීම.
බහුපද දෙකක් ආකලනයේ දී අනුරූප පදයේ සංගුණක එකතු කළ හැකි බවත් ව්‍යාකලනයේ අනුරූප සංගුණක අඩු කළ හැකි බවත් පහදා දෙයි.

උදා : $P(x) = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

$Q(x) = 2x^3 - 8x^2 + 3$ යැයි ගනිමු.

λ සහ μ හි විවිධ අගයන් සඳහා

$\lambda P(x) + \mu Q(x)$ හා $\lambda P(x) \cdot \mu Q(x)$ අගයන් වෙන වෙනම සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

බහුපදයක් තවත් බහුපදයකින් දීර්ඝ ක්‍රමයට බෙදීම.

උදාහරණ 1 :

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^3 - x^2 + 4x - 2 \\
\hline
(x+1) & x^4 + 3x^2 + 2x - 1 \\
 & x^4 + x^3 \\
\hline
 & \quad -x^3 + 3x^2 + 2x - 1 \\
 & \quad -x^3 - x^2 \\
\hline
 & \qquad 4x^2 + 2x - 1 \\
 & \qquad 4x^2 + 4x \\
\hline
 & \qquad\qquad -2x - 1 \\
 & \qquad\qquad -2x - 2 \\
\hline
 & \qquad\qquad\qquad 1 \text{ ශේෂය}
\end{array}
$$

උදාහරණ 2 :

$$
\begin{array}{r|l}
 & x + 3 \\
\hline
(x^2 - 1) & x^3 + 3x^2 + 1 \\
 & x^3 - x \\
\hline
 & \quad 3x^2 + x + 1 \\
 & \quad 3x^2 - 3 \\
\hline
 & \qquad x + 4 \text{ ශේෂය}
\end{array}
$$

3. සංශ්ලේෂ බෙදීම හඳුන්වා දෙන්න.

4. $f(x)$ බහුපද ශ්‍රිතය $(x-a)$ වැනි ඒකජ බහුපද ශ්‍රිතයකින් බෙදූ විට ශේෂය $f(a)$ට සමාන වේ යන්න ශේෂ ප්‍රමේයය වේ.

5. ශේෂ ප්‍රමේයයේ සාධනය ඃ

$f(x)$ නම් බහුපදය $(x-a)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය R ද ලබ්ධිය $\phi(x)$ යැයි ගනිමු. එවිට $f(x)=\phi(x)(x-a)+\mathrm{R}$

$x=a$ විට

$f(a)=\phi(a)0+\mathrm{R}$

$f(a)=\mathrm{R}$

උදාහරණ 1 ඃ x^3+x^2+1 ශ්‍රිතය $x-1$ බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

$f(x)=x^3+x^2+1$ යයි ගනිමු.

$x=1$ ආදේශයෙන්

$f(1)=1^3+1^2+1=3$

$\therefore$ ශේෂය 3 වේ.

උදාහරණ 2 ඃ x^4+x^3+2x+1 ශ්‍රිතය ($x-2$) න් බෙදූ විට ශේෂය සොයන්න.

$\mathrm{g}(x)=x^4+x^3+2x+1$

$x=2$ ආදේශයෙන්

$\mathrm{g}(2)=(2)^4+(2)^3+2(2)+1$

$=16+8+4+1$

$=29$

$\therefore$ ශේෂය 29 වේ.

6. $f(x)$ බහුපද ශ්‍රිතයේ, $(x-a)$ යනු සාධකයක් නම් $f(a)=0$ වේ යන්න සාධක ප්‍රමේයය වේ.

උදාහරණ ඃ $f(x)=x^3-2x+1$ ශ්‍රිතයේ $(x-1)$ සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

$f(x)=x^3-2x+1$

$f(1)=1^3-2x+1=0$

$\therefore$ $(x-1)$, $f(x)$ හි සාධකයකි. (සාධක ප්‍රමේයය මගින්)

7. $a\in\mathbb{R}$ විට $f(x)$ යනු x හි බහුපදයක්ද $f(a)=0$ ද නම් $(x-a)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් වේ.

8. ඉහත ආකාරයට සාධක ඇති අවස්ථා සහ ශේෂය ඇති අවස්ථා ඇතුළත් ශ්‍රිත භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

9. මාත්‍රය 4 දක්වා වන බහුපද සමීකරණ විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

10. දී ඇති බහුපදයක ශූන්‍ය ලක්ෂ්‍ය සෙවීම සාකච්ඡා කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 6.3 : වර්ගජ ශ්‍රිත සහ ඒවායේ ගුණ අන්වේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පලය :
1. වර්ගජ ශ්‍රිත හඳුන්වා දෙයි.
2. වර්ගජ ශ්‍රිත විස්තර කරයි.
3. වර්ගජ ශ්‍රිතවල ගුණ විස්තර කරයි.
4. වර්ගජ ශ්‍රිතවල දළ ප්‍රස්තාර අඳියි.
5. වර්ගජ ශ්‍රිතවල විවිධ ප්‍රස්තාර විස්තර කරයි.
6. වර්ගජ ශ්‍රිත ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ඒකජ ශ්‍රිත සහ ඒවායේ ප්‍රස්තාර පිළිබඳ සාකච්ඡා කරන්න.
2. වර්ගජ ශ්‍රිත හඳුන්වා දෙන්න.

   $y = ax^2 + bx + c$, මෙහි $x \in \mathbb{R}$ සහ $a, b, c \in \mathbb{R}$ සහ $a \neq 0$

   $$y = a\left\{x^2 + \left(\frac{b}{a}\right)x + \frac{c}{a}\right\}$$

   $$y = a\left\{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right\}$$ ආකාරයට පරිවර්තනය කිරීම

   පැහැදිලි කරන්න.

3. සමමිතික අක්ෂය පිළිබඳ සාකච්ඡා කර එමගින් $x + \frac{b}{2a} = 0$ සමමිතික

   අක්ෂයේ සමීකරණය බව ප්‍රකාශ කරන්න.

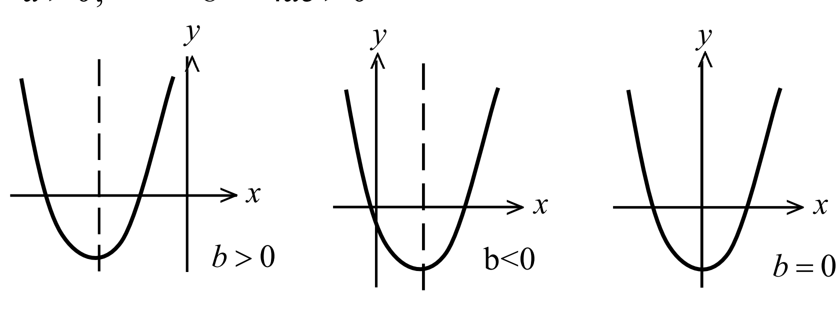
   $a > 0,\ a < 0$ අවස්ථා පිළිබඳ සාකච්ඡා කරන්න.

   $a > 0$ විට සාපේක්ෂ අවමය

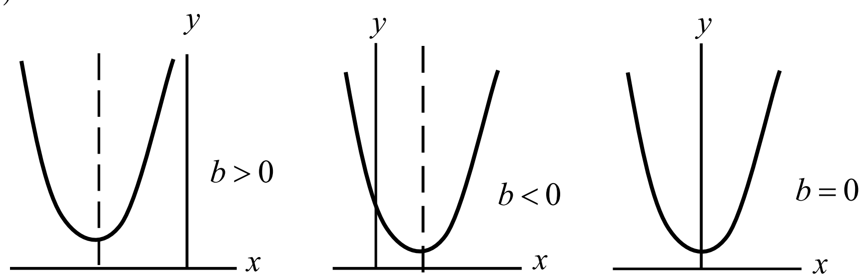
   $a < 0$ විට සාපේක්ෂ උපරිමය
4. වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

5. පහත ශ්‍රිත ලබා ගැනීමට සිසුන් යොමු කර එම එක් එක් ශ්‍රිතයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍ය, සමමිතික, අක්ෂය, x අක්ෂ්‍ය කැපෙන ලක්ෂ්‍ය පිළිබඳ ව සාකච්ඡා කරන්න.

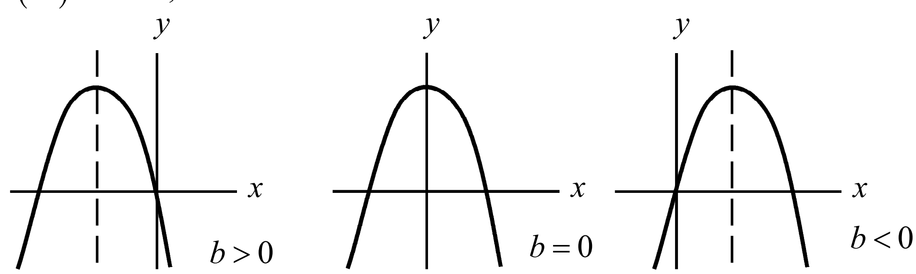
- $a > 0, \qquad b^2 - 4ac > 0$



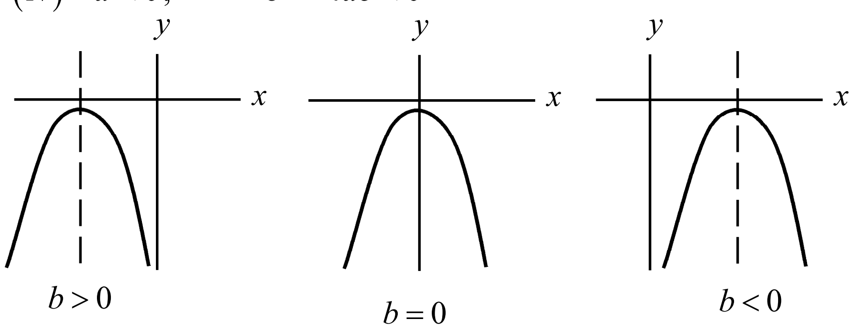
(ii) $a>0$, $b^2-4ac<0$



(iii) $a<0$, $b^2-4ac>0$



(iv) $a<0$, $b^2-4ac<0$



- $b^2-4ac=0$ වන අවස්ථාවේ දී $a>0$ හා $a<0$ වන අවස්ථාවල දී $b>0$, $b=0$ හා $b<0$ වන අවස්ථාවල ප්‍රස්ථාර ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

6 වර්ගජ ශ්‍රිත හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 6.4 : **වර්ගජ සමීකරණ අන්වේෂණය කරයි.**

කාලච්ඡේද ගණන : 16

ඉගෙනුම් පලය :
1. $ax^2+bx+c=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල පහදා දෙයි.
2. වර්ගජ සමීකරණයක මූල සොයයි.
3. වර්ගජ සමීකරණයක මූලවල ස්වභාවය විස්තර කරයි.
4. වර්ගජ සමීකරණයක මූලවල එකතුව සහ මූලවල ගුණිතය වර්ගජ සමීකරණයේ සංගුණක ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරයි.
5. α සහ β වල සමමිතික මූල ඇති වර්ගජ සමිකරණ ගොඩ නඟයි.
6. වර්ගජ සමීකරණ හා වර්ගජ ශ්‍රිත හා බැඳුණු ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

- $y = ax^2 + bx + c$ වන වර්ගජ ශ්‍රිතයක ශූන්‍ය අගය ලබා දෙන ලක්ෂ්‍ය වර්ගජ සමීකරණය ලෙස හැඳින්විය හැකි ය. මෙහි $a \neq 0$, $a, b, c,\ x \in \mathbb{R}$
- වර්ගජ සමීකරණයක තිබිය හැකි එකින් එකට වෙනස් උපරිම මූල ගණන දෙකක් බව පෙන්වා දෙන්න.
- වර්ග පූර්ණය මගින් වර්ගජ ශ්‍රිතයක මූල සෙවීම පහත පරිදි හඳුන්වන්න.
- $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයක $b^2 - 4ac$ විවේචකය වන අතර එහි ස්වභාවය අනුව වර්ගජ සමීකරණයේ මූලවල ස්වභාවය වෙනස් වන බව සාකච්ඡා කරන්න. තව ද එය Δ සංකේතයෙන් නිරූපණය කරන බව පහදන්න.
- $b^2 - 4ac > 0$ වන විට වර්ගජ සමීකරණයට තාත්ත්වික හා අසමාන මූල දෙකක් ඇති බව සාකච්ඡා කරන්න.
- $b^2 - 4ac = 0$ වන විට වර්ගජ සමීකරණයේ මූල තාත්වික සමාන වන බව සාකච්ඡා කරන්න.
- $b^2 - 4ac < 0$ නම් මූල අතාත්ත්වික බවත් නමුත් වෙනස් බවත් සාකච්ඡා කරන්න.
  ඉහත ප්‍රතිඵලවල විලෝමය ද සාකච්ඡා කරන්න.
- $ax^2 + bx + c = 0$ වර්ගජ සමීකරණයක මූලවල එකතුව $\dfrac{-b}{a}$ බවත් මූලවල ගුණිතය $\dfrac{c}{a}$ බව පෙන්වා දෙන්න. තවද $|\alpha - \beta|$ අගය ලබා ගන්න.
- α, β වල සමමිතික ප්‍රකාශනවල වර්ගජ සමීකරණ ගොඩ නගන්න. මූල α, β වන වර්ගජ සමීකරණය දී ඇති විට වෙනත් වර්ගජ සමීකරණයක මූල α සහ β වලින් සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
- මූල α, β වන වර්ගජ සමීකරණය දි ඇති විට α සහ β වල සමමිතික මූල ඇති වර්ගජ සමීකරණ සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

ගණිතය - II

නිපුණතාව 1 : **මූලික සංඛ්‍යාන සංකල්ප විවරණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 1.1 : සංඛ්‍යානයේ ස්වභාවය අන්වේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පලය :

1. සංඛ්‍යානය සහ එහි ස්වභාවය විස්තර කරයි.
2. සම්භාවිතා සහ ව්‍යාප්ති සිද්ධාන්ත පැහැදිලි කරයි.
3. විස්තරාත්මක සංඛ්‍යාතය හා විශ්ලේෂණාත්මක සංඛ්‍යාතය අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.
4. විශ්ලේෂණාත්මක සංඛ්‍යානයේ ඇති සම්භාවිතාවේ භූමිකාව හඳුනා ගනියි.
5. සංඛ්‍යානයේ භාවිත අවස්ථා හඳුනා ගනියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. • මෑතක දී පළ වුණ පුවත් පතක පළවූසම්භාවිතාව සම්බන්ධ වගුවක් හෝ ප්‍රස්තාරයක් තෝරාගෙන ඒවා ගොඩනගා ඇති ආකාරය පිළිබඳ ව සිසුන්ගෙන් විමසන්න.

   • සිසුන් සමහර විෂයයන්ට ලබා ගත් ලකුණු ගෙන ඒවාට අදාළ A, B, C වැනි ශ්‍රේණිවලට වෙන් කරන ආකාරය ඔවුන්ගෙන් විමසන්න.

   • ඉහත ක්‍රියාවලි පදනම් කරගෙන සංඛ්‍යානයේ ස්වභාවය, දත්ත එක් රැස් කිරීම, සාරාංශ ගත කිරීම, ඉදිරිපත් කිරීම, තීරණ ගැනීම, අවශ්‍ය තොරතුරු බිහි කිරීම වැනි දත්ත සම්බන්ධව විද්‍යාත්මක ලෙස පැහැදිලි කරන්න.

2. ඉහත දක්වා ඇත්තේ උදාහරණ බවත් ඔබට මීට වඩා සිසුන්ට දැනෙන (සංවේදී වන) උදාහරණ යොදා ගත හැකි බවත් පැහැදිලි කරන්න.

3. • ඔබ රාත්‍රියේ දුම්රිය නැවතුම්පළකට යන්නේ යයි සිතමු. ඔබට දුම්රියක් ලබා ගැනීමට ඇති හැකියාව වැනි තත්ත්වයක් පාදක කර ගනිමින් අවිනිශ්චිතතාවේ මිනුමක් ලෙස සම්භාවිතාව විස්තර කරන්න.

   • රුධිර පරීක්ෂාවක්, සහල් මිලට ගැනීමට පෙර එහි ඇට කිහිපයක් අතට ගෙන පරීක්ෂා කිරීම වැනි උදාහරණ කිහිපයක් පාදක කරගෙන තීරණ ගැනීම සහ භාවිත කරන අයුරු පැහැදිලි කරන්න.
   එවැනි උදාහරණ භාවිතයෙන් කුඩා දත්ත කිහිපයක් පදනම් කරගෙන (මෙම දත්තවලට නියදිය යයි කියමු) විශාල දත්ත කුලකයක් (සංගහනය) පිළිබඳ තීරණ ගැනීම විශ්ලේෂණාත්මක සංඛ්‍යාන විද්‍යාවෙන් කෙරෙන බව හඳුන්වා දෙන්න.

- විස්තරාත්මක සංඛ්‍යානයේ දී සියලු ම දත්ත එක් රැස් කරගෙන එම දත්ත සඳහා නිගමනවලට එළඹෙන බව පැහැදිලි කරන්න.
  විස්තරාත්මක සංඛ්‍යානය හා විශ්ලේෂණාත්මක සංඛ්‍යානය අතර විශේෂ ලක්ෂණ ගොඩනඟන්න.

- විශ්ලේෂණාත්මක සංඛ්‍යානයේ දී ස්ථිර නිගමනවලට එළඹිය නොහැකි බව පෙන්වා දෙන්න. එම නිසා සම්භාවිතාව භාවිත කර අවිනිශ්චිත භාවයේ ප්‍රමාණය නිගමනවල දී ඉදිරිපත් කරන බව පැහැදිලි කරන්න.
  උදාහරණ (i) මධ්‍යන්‍යය 150 ලෙස යොදා ගැනීමට හේතුවක් නොමැත.
  (ii) අඩු බරට නිෂ්පාදනය කරන බව 95%ක විශ්වාසයක් ඇති ව ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.
  අධ්‍යාපනය, කෘෂිකර්මය, බෙහෙත් වැනි විවිධ ක්ෂේත්‍ර ඇසුරින් සංඛ්‍යානයේ යෙදුම් සඳහා උදාහරණ කිහිපයක් දෙන්න.

නිපුණතා මට්ටම 1.2 : තොරතුරු ලබා ගැනීම සඳහා දත්ත හසුරුවයි.

කාලච්ඡේද ගණන 03 : 03

ඉගෙනුම් පලය : 1. දත්ත වර්ග විස්තර කරයි.
2. දත්ත සහ තොරතුරු අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

සමහර විචල්‍ය මත සියලු ම වර්ගයේ දත්ත ආවරණය වන ලෙස දත්ත රැස් කිරීමට සිසුන්ට උපදෙස් දෙන්න.
මෙසේ ලැබෙන දත්ත
- ගුණාත්මක දත්ත (නාමික, අනුක්‍රමික)
- ප්‍රමාණාත්මක දත්ත (විවික්ත, සන්තතික) වේ.

පළමු ඉගෙනුම් පලය ලබා ගත හැකි වන සේ ලබාගත් දත්ත සංක්ෂිප්ත ව දැක්වීමට සිසුන්ට පවරන්න.
- තීරණ ගැනීමට මුල් දත්ත භාවිත කළ නොහැකි බවත් සහ සංක්ෂිප්ත ව දක්වන ලද දත්ත තීරණ ගැනීම සඳහා යොදා ගත හැකි බව පෙන්වා දෙන්න.
- සංක්ෂිප්ත ව දක්වන ලද දත්ත හෝ විශ්ලේෂණය කරන ලද දත්ත හෝ තොරතුරු ලෙස හඳුන්වන බව පැහැදිලි කරන්න.
- දත්ත විශ්ලේෂණය යනු දත්තවල සිට තොරතුරු උත්පාදනය තෙක් වූ ක්‍රියාවලිය බව ප්‍රකාශ කරන්න.

නිපුණතාව 2 : **ක්‍රමානුකූලව දත්ත සහ තොරතුරු ඉදිරිපත් කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 2.1 : දත්ත වර්ගීකරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පලය :
1. දත්ත වර්ගීකරණය කරයි.
2. වර්ගීකරණය කරන දත්තවල මූලිකාංග සහ අරමුණු ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

- සිසුන්ට ඔවුන්ගේ B M I (උස හා බර සම්බන්ධ දර්ශකය) ගණනය කරන ලෙස පවසන්න. ඒවා පහත ආකාරවලට කාණ්ඩවලට බෙදන ලෙස පවසන්න. ඌන බර, සාමාන්‍ය බර, අධි බර (මෙහි බර කිලෝග්‍රෑම් kg වලින් හා උස මීටර m වලින් වේ)
- ඌන බර, සාමාන්‍ය බර හා අධි බර ගණනය කරන ආකාරය සඳහා මඟ පෙන්වන්න.
  තොරතුරු සඳහා වර්ගීකරණය කරන ලද දත්ත විවිධ කාණ්ඩවලට ඇතුළත් වන බව පෙන්වන්න.
- පන්ති ඒකක සඳහා වටයන ලද අගයන් භාවිත කරන බව සිසුන්ට පවසා ජාල රේඛය ඇඳීම වැනි විවිධ කටයුතුවල පහසුව සලකා බොහෝ විට සමාන තරමින් යුත් පන්ති ප්‍රාන්තර භාවිත කරන බව පවසන්න.
- දත්ත විහිදී ඇති අගය පරාසය මෙසේ පන්ති ප්‍රාන්තරවලට බෙදනු ලබන බවත් දත්තයේ එක් එක් අගය එක පන්තියකට වැටෙන සේත් පන්ති ප්‍රාන්තර දෙකකට නොවැටෙන සේත් (අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බාහිෂ්කාර හා සියල්ල ම ගත්කල නිරවශේෂ) පන්ති ගොඩ නැගිය යුතු බවත් අවධාරණය කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.2 : **දත්ත වගුගත කර අර්ථ කථනය කරයි.**

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පලය :
1. අසමූහිත සහ සමූහිත සංඛ්‍යා ව්‍යාප්ති ඇසුරින් දත්ත වගුගත කරයි.
2. වගුගත කළ දත්ත අර්ථ කථනය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

- කුඩා අගයන් සංඛ්‍යාවක් සඳහා නාමික, අනුක්‍රමික හා ප්‍රමාණාත්මක දත්ත සඳහා අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩ නැගීමට සිසුන්ට පවරන්න.
- විශාල සංඛ්‍යාවක් ඇති ප්‍රමාණාත්මක විචල්‍ය විශාල අගයයන් සඳහා සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනැගීමට සිසුන්ට පවසන්න.
- සංඛ්‍යාතයට අමතර ව සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාතය ද (වගුව පහසුවෙන් තේරුම් ගැනීම සඳහා සංඛ්‍යාතයේ ප්‍රතිශතය) වගුවට ඇතුළත් කරන ලෙස පවසන්න.
- සිසුන්ට වගුවේ ඇති දෑ අර්ථ කථනය කරන ලෙස දන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.3 : ප්‍රස්තාර භාවිත කර තොරතුරු සහ දත්ත නිරූපණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පලය : 1. ප්‍රස්තාර භාවිත කිරීමේ වැදගත්කම හඳුනා ගනියි.
2. දත්ත නිරූපණය සඳහා ප්‍රස්තාර භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

- එක ම දත්ත සඳහා ගොඩ නැගූ වගුවක් හා ප්‍රස්තාරයක් සිසුන්ට පෙන්වා ඔවුන්ට වඩා වැඩි සංවේදීතාවක් දක්වෙන්නේ කුමකින් ද යන්න විමසන්න. (දත්ත පිළිබඳ ඉක්මනින් අදහසක් ලබා ගැනීමට)
- වගුවකින් නිවැරදි ව අගය ලබා දෙන අතර ප්‍රස්තාර සටහනකින් දළ අදහසක් ඉක්මනින් (වඩා සිතට දැනෙන අයුරු) ලබා දෙන බවත් සිසුන්ට අවධාරණය කරන්න.
- සිසුන් විසින් එක් රැස් කර ගන්නා ලද පහත ප්‍රස්තාර සටහන් උදාහරණ ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.
- සරල ස්තම්භ ප්‍රස්තාර (තිරස් හා සිරස්) අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති නිරූපණය සඳහා බවත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති සඳහා වඩාත් සුදුසු ප්‍රාස්තාරික නිරූපණය ජාල රේඛය බව අවධාරණය කරන්න.
- සරල ස්තම්භ ප්‍රස්තාරයක සංයුතිය පිළිබඳ වඩා වැඩි තොරතුරක් පෙන්වා දීමට සංයුක්ත ස්තම්භ ප්‍රස්තාර හඳුන්වන්න.
- බහු ස්ථම්භ ප්‍රස්තාර (පොකුරු ස්තම්භ ප්‍රස්තාර) දත්තයේ එක් එක් සංරචකයන් සැසඳීමට භාවිත කරන බව පහදන්න.
- දත්තයේ එක් එක් සංරචකයේ සාපේක්ෂ ප්‍රමාණය පෙන්වීමට වට ප්‍රස්තාර භාවිත කරන බව පැහැදිලි කරන්න.

සිතියම් හා ප්‍රස්තාර

සිතියම් ද දත්ත නිරූපණය සඳහා යොදාගත හැකි බව පෙන්වා දෙන්න.

උදාහරණ : එක් එක් ප්‍රදේශයට ලැබෙන වර්ෂාපතනය පෙන්වීම සඳහා වර්ෂාපතනයේ විවිධ පරාස විවිධ වර්ණවලින් පාට කර ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

- විචල්‍ය දෙකක් අතර සම්බන්ධය දැක්වීමට ප්‍රස්තාර යොදා ගත හැකි ය.
උදාහරණ : ප්‍රචාරක වියදම් හා අලෙවිය අතර සම්බන්ධය නිරූපණයට

නිපුණතා මට්ටම : 2.4 තොරතුරු සහ දත්ත ප්‍රස්තාරිකව නිරූපණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පලය :
1. දත්ත නිරූපණ ක්‍රමයක් ලෙස රේඛා ප්‍රස්තාර විස්තර කරයි.
2. ජාල රේඛය අඳියි.
3. සංඛ්‍යාත බහුඅස්‍රය අඳියි.
4. සුමට සංඛ්‍යාත වක්‍රය අඳියි.
5. ඔගිව් හෝ සමුච්චිත සංඛ්‍යාත වක්‍රය අඳියි.
6. ප්‍රස්තාරික තොරතුරු භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

පහත සඳහන් ප්‍රස්තාරික ශිල්පීය ක්‍රම පිළිබඳ ව සාකච්ඡා කරන්න.
1. රේඛීය ප්‍රස්තාර
2. එක විචල්‍යයකට වැඩි තොරතුරු සඳහා රේඛිය ප්‍රස්තාර
3. ජාල රේඛය
4. සංඛ්‍යාත බහු-අස්‍ර
5. සුමට සංඛ්‍යාත වක්‍ර
6. ඔගිවිය හෝ සමුච්චිත සංඛ්‍යාත වක්‍රය

ඉහත ප්‍රස්තාරික ක්‍රම ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

දෙවන වාරය

නිපුණතාව 12.0 : 12.0

නිපුණතා මට්ටම : 12.1 කාටීසිය බණ්ඩාංක පද්ධතිය පැහැදිලි කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පලය : 1. කාටිසියානු තලයක ලක්ෂ්‍ය ලකුණු කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් සඳහා අත්වැලක් :

කාටීසිය බණ්ඩාංක තලය ආවර්ජනය කරන්න. x අක්ෂය හා y අක්ෂය යනු තිරස් හා සිරස් සංඛ්‍යා රේඛා යුගල බව පැහැදිලි කරන්න.

$P(x, y)$ ලක්ෂ්‍යයක පාටිකය හා කෝටිකය සිසුන්ට පහදා දෙන්න.

කාටීසිය බණ්ඩාංක තලයේ වෘත්ත පාදක හතර හඳුන්වන්න. එක් එක් වෘත්ත පාදකයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල x හා y බණ්ඩාංකවල ලකුණ සාකච්ඡා කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම : 12.2 දී ඇති ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන සරල රේඛා කාණ්ඩයක දී ඇති අනුපාතයට බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල : 1. කාටිසියානු තලයක ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර දුර සඳහා සූත්‍රය ලියයි.

2. ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩයක දෙන ලද අනුපාතයකට බෙදන ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයයි.

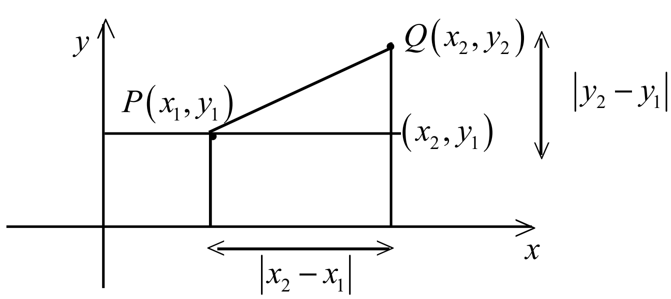
3. ශීර්ෂ බණ්ඩාංක දී ඇති විට ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් සඳහා අත්වැලක් :

$P(x_1, y_1)$ සහ $Q(x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාවේ දිග PQ නම්

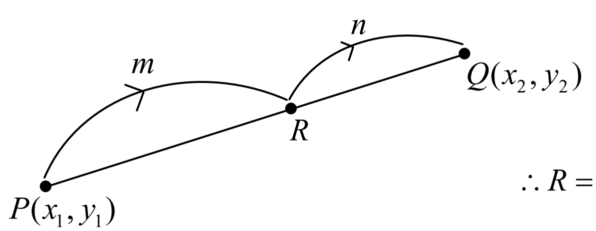
$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ බව පැහැදිලි කරන්න.

එම දිග සැම විටම ධන බව ප්‍රකාශ කරන්න.



$$PQ = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2} \qquad PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

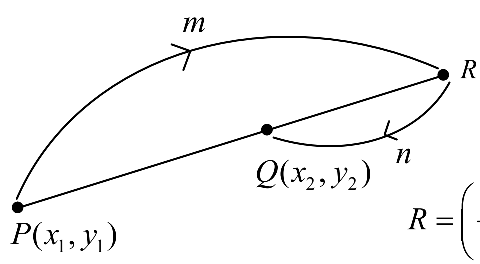
2 • $P(x_1, y_1)$ සහ $Q(x_2, y_2)$ වන AB සරල රේඛා ඛණ්ඩය $PR : RQ = m : n$ අනුපාතයට අභ්‍යන්තරව බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $R \equiv \left(\frac{nx_1 + mx_2}{n+m}, \frac{ny_1 + my_2}{n+m}\right)$ බව සමරූපී ත්‍රිකෝණ භාවිතයෙන් සොයා ගන්නා ආකාරය පැහැදිලි කරන්න.



$$\frac{PR}{RQ} = \frac{m}{n}$$

$$\therefore R = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

• මෙම ප්‍රතිඵලය සාධනය කිරීමට සිසුන් යොමු කරන්න.



$$R = \left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$$

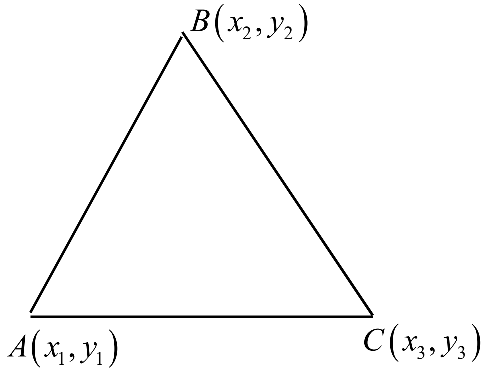
$P(x_1, y_1)$ සහ $Q(x_2, y_2)$ වන PQ සරල රේඛා ඛණ්ඩය $PR : RQ = m : n$

• අනුපාතයට බාහිර ව බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$ බව සමරූපී ත්‍රිකෝණ භාවිතයෙන් සිසුන් සමඟ සාකච්ඡා කරමින් ලබා ගන්න. (මෙහි $m > n$ වේ)

- $m < n$ වන විට සිදුවන දේ පිළිබඳ ව සාකච්ඡා කරන්න.

  - රේඛාවක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය සහ ත්‍රිකෝණයක කේන්ද්‍රකය සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න. ප්‍රමේය සාධනයට ද සිසුන් යොමු කරන්න.

  - ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය



ABC Δ වර්ගඵලය $= \dfrac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ බව විස්තර කරමින් පැහැදිලි කරන්න.

- පහත සඳහන් සූත්‍රය සිසුන් සමඟ සාකච්ඡා කර ගොඩනගන්න.

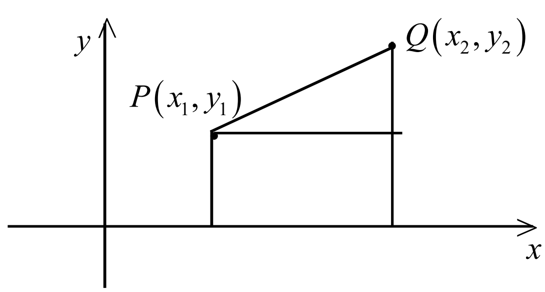
$$\frac{1}{2}\left\{x_1\left(y_2 - y_3\right) + x_2\left(y_3 - y_1\right) + x_3\left(y_1 - y_2\right)\right\}$$

නිපුණතා මට්ටම : **12.3** සරල රේඛාවේ සමීකරණය පැහැදිලි කරයි.

ඉගෙනුම් පලය : 1. සරල රේඛාවක අනුක්‍රමනය සොයයි.
2. සරල රේඛාවක x ඡේදනය හා y ඡේදනය සොයයි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

- ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන රේඛාවක අනුක්‍රමනය හඳුන්වා දෙන්න.

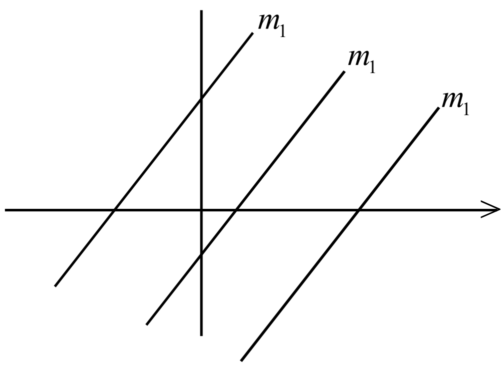


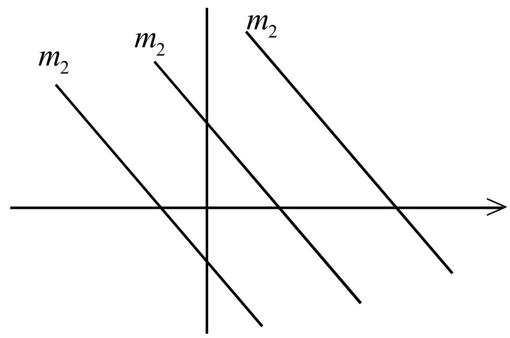
- රේඛාවේ බෑවුම ලෙස අනුක්‍රමණය පහදා දෙන්න.

- අනුක්‍රමණය $(m) = \dfrac{y \text{ ඛණ්ඩාංක වෙනස}}{x \text{ ඛණ්ඩාංක වෙනස}}$

$$M = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

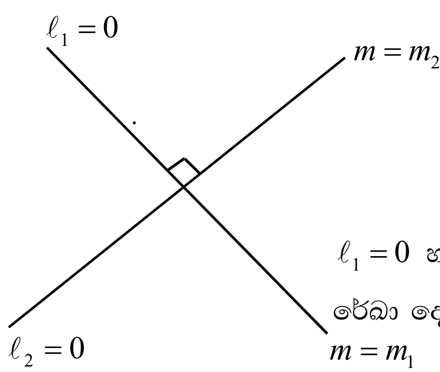
- m හි අගය ධන වන සහ m හි අගය ඍණ වන අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න. එමෙන් ම සමාන්තර රේඛාවල අනුක්‍රමණ සමාන බව පහදා දෙන්න.





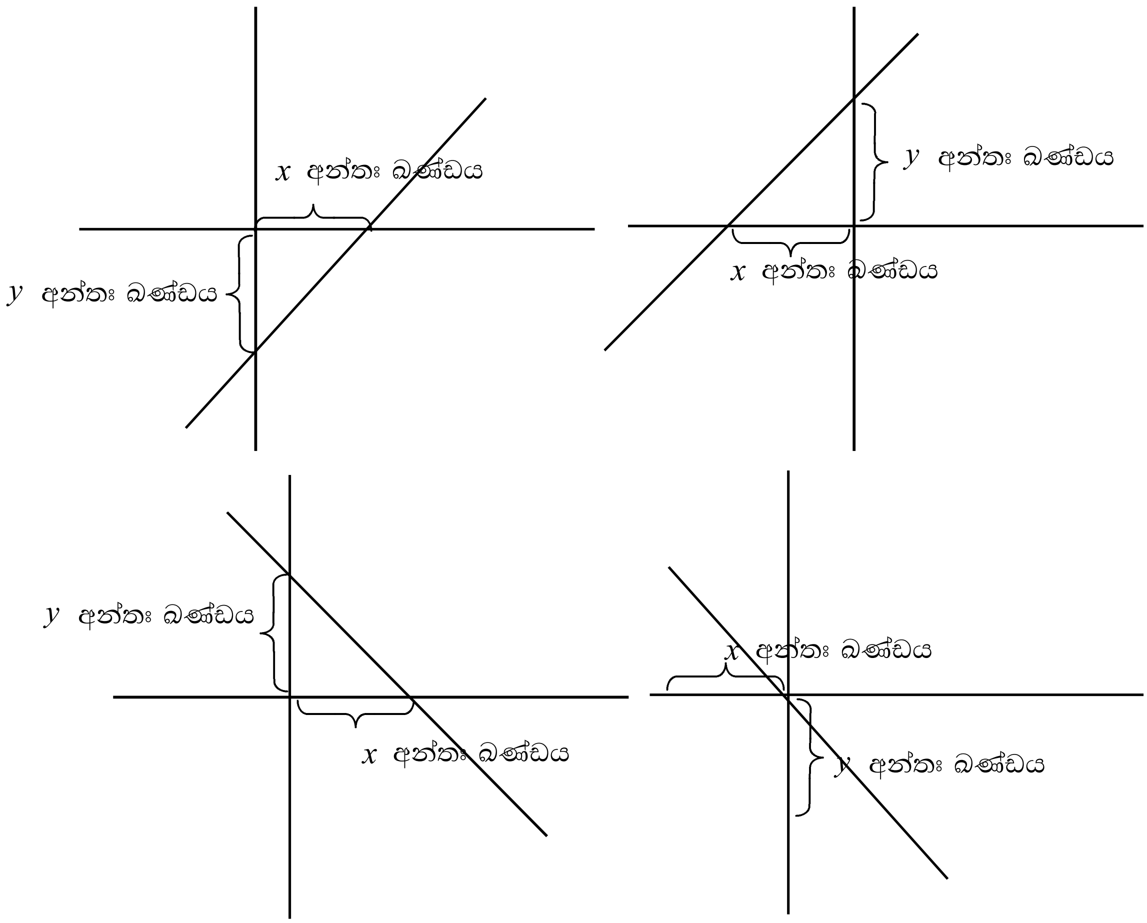
ලම්බක රේඛා

- කිසියම් රේඛා දෙකක් ලම්බක නම් එම රේඛාවල අනුක්‍රමණවල ගුණිතය -1 වේ.



$\ell_1 = 0$ හා $\ell_2 = 0$ යන රේඛා දෙක ලම්බක නම්, $m_1 \times m_2 = -1$ වේ.

- රේඛාවක් මගින් ඇති කරන y අන්තඃ ඛණ්ඩය සහ x අන්තඃ ඛණ්ඩය හඳුන්වා දෙන්න.



නිපුණතා මට්ටම : 12.4 සරල රේඛාවක සමීකරණය විවරණය කරයි.

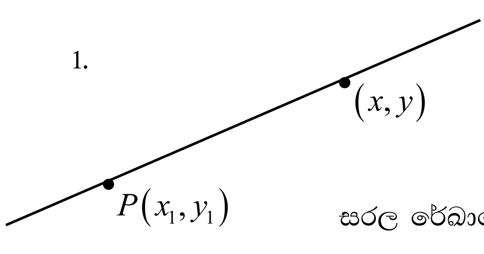
කාලච්ඡේද ගණන : 12

ඉගෙනුම් පලය :

1. ලක්ෂ්‍යය - අනුක්‍රමණය ආකාරයෙන් සරල රේඛාවක සමීකරණය ලබා ගනියි.
2. අනුක්‍රමණය - අන්තඃඛණ්ඩය ආකාරයෙන් සරල රේඛාවක සමීකරණය ලබා ගනියි.
3. ලක්ෂ්‍ය දෙකක ආකාරයෙන් සරල රේඛාවක සමීකරණ ලබා ගනියි.
4. අන්තඃඛණ්ඩ ආකාරයෙන් සරල රේඛාවක සමීකරණය ලබා ගනියි.
5. සාමාන්‍ය ආකාරයෙන් සරල රේඛාවක සමීකරණය ලබා ගනියි.
6. දෙන ලද දත්ත අනුව සරල රේඛාවක සමීකරණය ලබා ගනියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1.

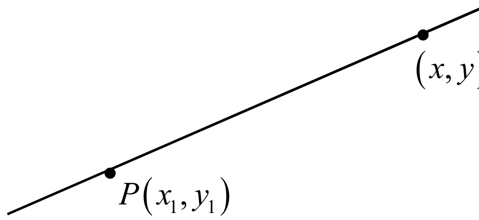


$\ell = 0$

අනුක්‍රමණය $m = \dfrac{y - y_1}{x - x_1}, \;\; x \neq x_1$

සරල රේඛාවෙහි සමීකරණය $y - y_1 = m(x - x_1)$ වේ.

2.



අනුක්‍රමණය m වේ.

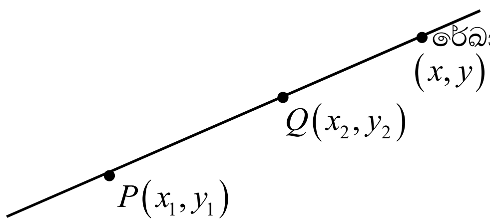
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y = mx + (y_1 - mx_1)$$

$$y = mx + c$$

සරල රේඛාවෙහි සමීකරණය $y = mx + (y_1 - mx_1)$ වේ.

3. m රේඛාවේ අනුක්‍රමණය ද c, y අක්ෂය මත අන්තඃ ඛණ්ඩය ද වන අතර $C = y - mx_1$ වේ.



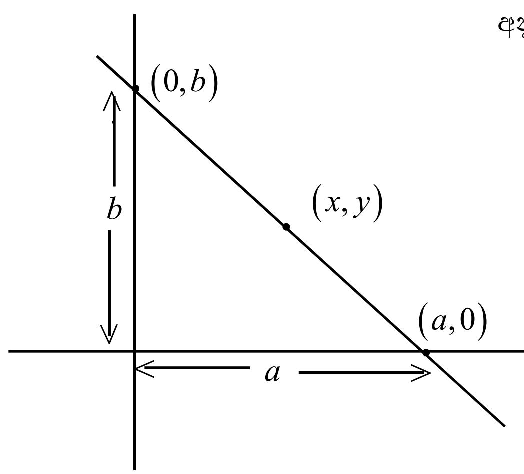
රේඛාවේ අනුක්‍රමණය m වේ.

$$m = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) = \left(\frac{y - y_1}{x - x_1}\right)$$

$$y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) \; (x - x_1)$$

සරල රේඛාවෙහි සමීකරණය $y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right) \; (x - x_1)$

4.



අනුක්‍රමණය m වේ.

$$m = \frac{b - 0}{0 - a} = \frac{y - b}{x - 0}$$

$$\frac{b}{-a} = \frac{y - b}{x}$$

$$\frac{-b}{a} = \frac{y - b}{x}$$

$$\frac{-x}{a} = \frac{y - b}{b}$$

$$\frac{-x}{a} = \frac{y}{b} - 1$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

සරල රේඛාවේ සමීකරණය $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ වේ.

5. ඉහත ක්‍රම මඟින් සරල රේඛාවක සාමාන්‍ය සමීකරණය $ax + by + c = 0$ ලබා ගැනීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

- $$y - y_1 = m\left(x - x_1\right)$$

$$mx - y + \left(y_1 - mx_1\right) = 0$$

$$ax + by + c = 0$$

මෙහි $a = m$, $b = -1$, $c = y_1 - mx_1$

- $$y = mx + c$$

$$mx - y + c = 0$$

$$ax + by + c = 0$$

මෙහි $a = m$, $b = -1$, $c = c$

- $$y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)\left(x - x_1\right)$$

$$\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)x - y + y_1 - \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)x_1 = 0$$

$$ax + by + c = 0$$

$$b = -1$$

$$c = y_1 - \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)x_1$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

6. $$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$$

$$x + \frac{ay}{b} - a = 0$$

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$

$$x + \frac{ay}{b} - a = 0$$

$$a_1 = 1$$

මෙහි , $b_1 = \frac{a}{b}$,

සරල රේඛාව, x අක්ෂයට සමාන්තර විට හා y අක්ෂයට සමාන්තර විට ලැබෙන සමීකරණ පිළිබඳ ව සාකච්ඡා කරන්න.
ඉහත ප්‍රමේයය හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවයි.

නිපුණතා මට්ටම : 12.5 දෙන ලද සරල රේඛා දෙකක ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන රේඛාවක සමීකරණය ලබා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල : 1. සමාන්තර නොවන රේඛා දෙකක ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයයි.
2. $u+\lambda v=0$ රේඛාව අර්ථ කථනය කර එය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

- සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකක ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක එම රේඛා දෙක විසඳීමෙන් ලබා ගත හැකි බව පැහැදිලි කරන්න.

- සරල රේඛා දෙකක් හෝ ඊට වැඩි සමාන්තර නොවන රේඛා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

- $u=0$ සහ $v=0$ රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන රේඛාවල සමීකරණ $u+\lambda v=0$ ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන බව පැහැදිලි කරන්න.

- සිසුන් මේ හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට යොමු කරන්න.

නිපුණතාවය : 7.0 පරිමේය ශ්‍රිත විශ්ලේෂණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම : 7.1 පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාගවලට විභේදනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 15

ඉගෙනුම් පල :
1. පරිමේය ශ්‍රිත අර්ථ දක්වයි.
2. විෂම පරිමේය ශ්‍රිත සහ නියම පරිමේය ශ්‍රිත අර්ථ දක්වයි.
3. නියම පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාගවලට පෙරළයි.
4. විෂම පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාගවලට පෙරළයි.
   (අඥාත හතරක් දක්වා පමණි)

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1• $P(x)$ හා $Q(x)$ x හි බහුපද ශ්‍රිත වන විට සහ $Q(x)\neq 0$ වන විට $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ ආකාරයේ ප්‍රකාශනයකට පරිමේය ශ්‍රිතයක් ලෙස හඳුන්වයි. මෙහි වසම $Q(x)\neq 0$ වන අගය කුලකය වේ.

උදාහරණ 1 : $\dfrac{x^2+1}{x^3+x+1}$

මෙහි $P(x)=x^2+1$

$Q(x)=x^3+x+1$

උදාහරණ 2 : $\dfrac{1}{x^2+2x+1}$

මෙහි $P(x)=1=x^0$

$Q(x)=x^2+2x+1$

උදාහරණ 3 : $\dfrac{x^4+x^2+1}{x^2+1}$

මෙහි $P(x)=x^4+x^2+1$

$Q(x)=x^2+1$

උදාහරණ 4 : $\dfrac{3x^2+2x+1}{x^2+1}$

මෙහි $P(x)=3x^2+2x+1$

$Q(x)=x^2+1$

2 • යම් පරිමේය ශ්‍රිතයක ලවයේ බහුපදයේ මාත්‍රය හරයේ බහුපදයේ මාත්‍රයට අඩු නම් එම බහුපදය නියම පරිමේය ශ්‍රිතයක් ලෙස හැඳින්වේ.

උදාහරණ 1 $\dfrac{x+1}{x^2+5x+6}$

මෙහි $P(x)=x+1$ $\qquad$ $P(x)$ හි මාත්‍රය $=1$

$Q(x)=x^2+5x+6$ $\qquad$ $Q(x)$ හි මාත්‍රය $=2$

$P(x)$ හි මාත්‍රය $<$ $Q(x)$ හි මාත්‍රය

උදාහරණ 2 $\dfrac{x^2+x+1}{(x+1)(x+2)(x+3)}$

මෙහි $P(x)=x^2+x+1$ $P(x)$ හි මාත්‍රය $=2$

$Q(x)=(x+1)(x+2)(x+3)$ $Q(x)$ හි මාත්‍රය $=3$

$P(x)$ හි මාත්‍රය $<Q(x)$ හි මාත්‍රය

3. යම් පරිමේය ශ්‍රිතයක ලවයේ බහුපදයේ මාත්‍රය, හරයේ බහුපදයේ මාත්‍රයට වඩා වැඩි නම් හෝ සමාන නම් එම බහුපදය, විෂම පරිමේය ශ්‍රිතයක් ලෙස හැඳින්වේ.

උදාහරණ 1 $\dfrac{x^3}{x^2-1}$

මෙහි $P(x)=x^3$

$Q(x)=x^2+1$

$P(x)$ හි මාත්‍රය $=3$

$Q(x)$ හි මාත්‍රය $=2$

$P(x)$ හි මාත්‍රය $>Q(x)$ හි මාත්‍රය

උදාහරණ 2 $\dfrac{x^4-x+1}{(x^2+1)(x-1)}$

මෙහි $P(x)=x^4-x+1$

$Q(x)=(x^2+1)(x-1)$

$P(x)$ හි මාත්‍රය $=4$

$Q(x)$ හි මාත්‍රය $=3$

$P(x)$ හි මාත්‍රය $>Q(x)$ හි මාත්‍රය

උදාහරණ 3 $\dfrac{x^2-4}{x^2-5x+6}$

මෙහි $P(x)=x^2-4$

$Q(x)=x^2-5x+6$

$P(x)$ හි මාත්‍රය $=2$

$Q(x)$ හි මාත්‍රය $=2$

$P(x)$ හි මාත්‍රය $=Q(x)$ හි මාත්‍රය

3. පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාගවලට පෙරළීමට සිසුන් යොමු කරන්න. (අඥාත හතරක් දක්වා)

4. $Q(x)$ බහුපදය ඒකජ සාධකවලට පෙරළිය හැකි වීම

- $$\frac{p(x)}{(x-\alpha)(x-\beta)}=\frac{A}{(x-\alpha)}+\frac{B}{(x-\beta)}$$

  (උපරිම අඥාත හතරක් දක්වා)

- $Q(x)$ බහුපදය පුනරාවර්තන ඒකජ සාධක ඇති විට

  $$\frac{p(x)}{(x-\alpha)^2(x-\beta)}=\frac{A}{(x-\alpha)}+\frac{B}{(x-\alpha)^2}+\frac{C}{(x-\beta)}$$

- බහුපදයේ වර්ගජ එක් සාධකයක් හෝ වර්ගජ සාධක දෙකක් හෝ ඇති විට

  උදාහරණ 1 $\dfrac{Px^2+Qx+r}{(x^2+\alpha)(x+\beta)}$

  $$\frac{Px^2+Qx+r}{(x^2+\alpha)(x-\beta)}=\frac{Ax+B}{(x^2+\alpha)}+\frac{C}{(x+\beta)}$$

  උදාහරණ 2 $\dfrac{Px^2+Qx+r}{(x^2+\alpha)(x^2+\beta)}$

  $$\frac{Px^2+Qx+r}{(x^2+\alpha)(x^2+\beta)}=\frac{Ax+B}{(x^2+\alpha)}+\frac{Cx+D}{(x^2+\beta)}$$

5. විෂම පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාගවලට පෙරළීමට සිසුන් යොමු කරන්න. (අඥාත හතරක් තෙක්)

- $P(x)$ බහුපදයේ මාත්‍රය $= Q(x)$ බහුපදයේ මාත්‍රය, $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ පරිමේය ශ්‍රිතය මෙලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = K + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

මෙහි $R(x)$ හි මාත්‍රය $<$ $Q(x)$ හි මාත්‍රය සහ K යනු නියතයක් වේ.

උදාහරණය 1 $\dfrac{2x^2+1}{x^2+5x+6} = K + \dfrac{R(x)}{Q(x)}$

මෙහි K සහ $\dfrac{R(x)}{Q(x)}$ සෙවිය යුතු ය.

මෙහි $P(x) = 2x^2 + 1$

$$L.H.S. = \mathrm{P}(1) = 1$$
$$\text{R.H.S.} = 2^1 - 1 = 1$$
$$\therefore L.H.S. = \text{R.H.S.}$$

$P(x)$ හි මාත්‍රය $= Q(x)$ හි මාත්‍රය

$R(x)$ හි මාත්‍රය $< Q(x)$ හි මාත්‍රය

- $P(x)$ හි මාත්‍රය $> Q(x)$ හි මාත්‍රය නම් $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ පරිමේය ශ්‍රිතය පහත පරිදි ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = h(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

මෙහි $R(x)$ හි මාත්‍රය $< Q(x)$ හි මාත්‍රය වන අතර $h(x)$ යනු $P(x)$ බහුපදය $Q(x)$ බහුපදයෙන් බෙදූ විට ලැබෙන ලබ්ධිය වේ.

මෙහි දී $h(x)$ ශ්‍රිතය සෙවිය යුතු අතර $\dfrac{R(x)}{Q(x)}$ හි භින්න භාග සෙවිය යුතු ය.

$\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ විෂම පරිමේය ශ්‍රිතයක් වන විට

- $P(x)$ හි මාත්‍රය - $Q(x)$ හි මාත්‍රය $=1$ නම්

  $$\frac{P(x)}{Q(x)} = Ax + B + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

- $P(x)$ හි මාත්‍රය - $Q(x)$ හි මාත්‍රය $=2$ නම්

  $$\frac{P(x)}{Q(x)} = Ax^2 + Bx + C + \frac{R(x)}{Q(x)}$$

නිපුණතා මට්ටම : 7.2 සාතිය ශ්‍රිතය හා ලඝුගණක ශ්‍රිතය විශ්ලේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 15

ඉගෙනුම් පල :
1. සාතීය ශ්‍රිතයෙහි ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.
2. සාතීය ශ්‍රිතයෙහි ප්‍රස්තාරය අඳියි.
3. e^x හි ගුණ ප්‍රකාශ කර එහි ප්‍රස්තාරය අඳියි.
4. $\ln x$ හි ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.
5. ලඝුගණක ශ්‍රිතයේ පාදය වෙනස් කරයි.
6. $\ln x$ හි ප්‍රස්තාරය අඳියි.
7. $\ln x$ හා e^x අතර සම්බන්ධතා සසඳයි.
8. සුදුසු සමීකරණ ඇසුරෙන් වැල් පොලිය, ජනගහණ වර්ධනය, ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. අපරිමිත ශ්‍රේණියක ඓක්‍යය වන $1+\dfrac{x}{1!}+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+\ldots\ldots\ldots\ldots+\dfrac{x^n}{n!}+\ldots$ යන්න e^x මගින් දක්වන බවත් එය ප්‍රකෘති සාතීය ශ්‍රිතය ලෙස හඳුන්වන බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.
2.
   - ප්‍රකෘති සාතීය ශ්‍රිතයේ වසම $\mathbb{R}$ ද පරාසය $(0,\infty)$ ද බව ප්‍රකාශ කරන්න.
   - $y=e^x$ හි ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
   - $x=1$ විට, $e^1 = e = 1+\dfrac{1}{1!}+\dfrac{1}{2!}+\dfrac{1}{3!}+\ldots\ldots\ldots\ldots+\dfrac{1}{n!}+\ldots$ ලෙස ලැබෙන බව ප්‍රකාශ කරන්න. e ධන අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් බවත් $e \approx 2.718$ බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.
3.
   - $e^0 = 1$
   - $e^{x_1+x_2} = e^{x_1}.e^{x_2}$

- $e^{x_1 - x_2} = \dfrac{e^{x_1}}{e^{x_2}}$
- පරිමේය r සඳහා $\left(e^x\right)^r = e^{rx}$

4. $f(x) = e^x$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතය ලෙස ප්‍රකෘති ලඝුගණක ශ්‍රිතය හඳුන්වා $\ln x$ දෙන්න.
   $\ln x$ යන්න $y = \ln x \Leftrightarrow x = e^y$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
   $g(x) = \ln x$ නම් g හි වසම $(0, \infty)$ ද පරාසය $\mathbb{R}$ ද බව ප්‍රකාශ කරන්න.
   - $x > 0$ හා $y > 0$ සඳහා $\ln xy = \ln x + \ln y$
   - $x > 0$ හා $y > 0$ සඳහා $\ln\left(\dfrac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y$
   - $x > 0$ සඳහා $\ln\left(x^p\right) = p \ln x$ යන ගුණ ඉදිරිපත් කරන්න.

5. ලඝුගණකයේ පාදය මාරු කිරීම ඇතුළත් ගැටළු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

6. $\ln x$ ශ්‍රිතය ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරවන්න. ($x > 0$)

7. $\ln x$ හා e^x අතර සම්බන්ධතා සංසන්දනයට සිසුන්යොමු කරවන්න.

8. සුදුසු උදාහරණ යොදා ගනිමින් හා සුදුසු සමීකරණ භාවිතයෙන් වැල් පොළිය, ජනගහන වර්ධනය සෙවීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

නිපුණතාව 4 : **4.0 ගණිතමය ප්‍රතිඵල සාධනය සඳහා සාධන විධි ක්‍රියාවේ යොදවයි.**

නිපුණතා මට්ටම 4.1 : 4.1 ඍජු සාධනය මඟින් විසංවාදයක් මඟින් හා ගණිත අභ්‍යුහනය මඟින් ගණිතමය ප්‍රතිඵල සාධනය කිරීම.

කාලච්ඡේද ගණන : 12

ඉගෙනුම් පල : 1. සාධන විධි ප්‍රකාශ කරයි.
2. කෙළින් ම, විසංවාදයක් මඟින් හා ගණිත අභ්‍යුහනය මඟින් සාධන විස්තර කරයි.
3. සාධන විධි ක්‍රම මඟින් විවිධ ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

විවිධ සාධන විධි ක්‍රම මෙහි දී විස්තර කරනු ලැබේ. කිසියම් සත්‍ය ගණිතමය ප්‍රකාශනයක් එය සැබවින් ම සත්‍ය බව තහවුරු කර ගැනීම සඳහා මෙම සාධන ක්‍රම යොදා ගනියි. කිසියම් ගණිත ගැටලුවක විසඳුම් සෙවීම කළ හැකි වුවත් එහි සත්‍යතාව තහවුරු කර ගැනීමට හැකි විය යුතු ය.

(I) කෙළින් ම සාධනය

"$P \Rightarrow \lambda$"ප්‍රකාශනය සලකමු.

P ප්‍රකාශය වැරදි නම් λ ප්‍රකාශය සැම විට ම සත්‍ය වේ.

P ප්‍රකාශය සත්‍ය යයි පෙන්වයි නම් λ ප්‍රකාශය සත්‍ය වේ.

කෙළින් සාධනය සඳහා P ප්‍රකාශය සත්‍ය යයි උපකල්පනය කර λ ප්‍රකාශය සත්‍ය බව පෙන්වා දෙයි.

උදාහරණ 1 n යනු නිඛිල සංඛ්‍යාවක් වන විට සහ n යනු ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නම් n^2 ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් වේ.

සාධනය

n යනු ඉරට්ට නිඛිලයක් යයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $n = 2K$ (K යනු නිඛිලයකි)

එනම් $n^2 = (2K)^2 = 4K^2 = 2(2K^2)$

එනම් n^2 යනු යම් නිඛිලයක දෙකේ ගුණාකාරයකි.

එම නිසා n^2 යනු ඉරට්ට සංඛ්‍යාවකි.

එනම් n ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නම් n^2 ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් වේ.

උදාහරණය 2 n යනු ඔත්තේ නිඛිලයක් නම් $5n+3$ යනු ඉරට්ට නිඛිලයකි.

සාධනය

n යනු ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් යයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $n = 2K+1$ (මෙහි K නිඛිලයකි)

දැන් $5n+3=5(2K+1)+3$

$=10K+5+3$

$=10K+8$

$=2(5K+4)$

$=2m$

මෙහි $m=5K+4$

K යනු නිඛිලයක් නම් m ද නිඛිලයක් වේ.

එම නිසා $5n+3=2m$ (m නිඛිලයක් සඳහා)

එම නිසා $5n+3$ ඉරට්ට නිඛිලය යි.

එනම් n ඔත්තේ නිඛිලයක් නම් $5n+3$ ඉරට්ට නිඛිලයකි.

(II) විසංවාදය මගින් සාධනය

විසංවාදය මගින් සාධනයේ දී පහත කරුණු පිළිබඳ සැලකිලිමත් වේ. $\sim P$ ප්‍රකාශය වැරදි ප්‍රකාශයක් නම් P ප්‍රකාශය සත්‍ය වේ. එනම් ප්‍රකාශය සත්‍ය බව සාධනය කිරීමට $\sim P$ ප්‍රකාශය වැරදි බව සාධනය කිරීම සිදු කරයි. මෙහි දි $\sim P$ ප්‍රකාශය සඳහා ප්‍රකාශන ලියන අතර එමඟින් $\sim P$ ප්‍රකාශය සඳහා විසංවාදයක් ගොඩනඟයි. එම $\sim P$ ප්‍රකාශය වලංගු නොවන බව තහවුරු කරයි. එනම් දෙන ලද සත්‍ය ප්‍රකාශනයට අනුව $\sim P$ වැරදි බව සාධනය වේ. මේ අනුව P ප්‍රකාශය සත්‍ය බව තහවුරු වේ.

P ප්‍රකාශය, ප්‍රකාශ කරන්න.

එම ප්‍රකාශය අසත්‍ය බව උපකල්පනය කරන්න.

එනම් $\sim P$ සත්‍ය බව උපකල්පනය කරන්න.

$\sim P$ වැරදි බව සාධනය කරන්න.

විසංවාදයක් පවතී.

උදාහරණය 1 n^2 ඔත්තේ නිඛිලයක් නම් n ඔත්තේ නිඛිලයක් බව පෙන්වන්න.

සාධනය

n^2 ඔත්තේ නිඛිලයක් නම් n යනු ඔත්තේ නිඛිලයක් යන ප්‍රකාශය අසත්‍ය බව උපකල්පනය කරයි.

එනම් n^2 ඔත්තේ නිඛිලයක් නම් n යනු ඉරට්ට නිඛිලයක් බව උපකල්පනය කරයි.

n ඉරට්ට නම් $n=2m$ (මෙහි m නිඛිලයකි)

එනම් $n^2=4m^2=2\times 2m^2=2K$ (මෙහි $K=2m^2$ වන නිඛිලයකි)

එනම් n^2 යනු ඉරට්ට නිඛිලයකි. එය විසංවාදයකි.

එනම් n^2 ඔත්තේ නිඛිලයක් නම් n ද ඔත්තේ නිඛිලයකි.

උදාහරණ 2 $n^2\neq 25$ නම් $n\neq 5$ බව සාධනය කරන්න.

සාධනය

" $n^2\neq 25$ නම් $n\neq 5$ බව" වැරදි ප්‍රකාශයක් බව උපකල්පනය කරමු.

එනම් $n^2 \neq 25$ සහ $n = 5$ බව උපකල්පනය කරමු.

එනම් $n^2 \neq 25$ සහ $n^2 = 25$ මෙය විසංවාදයකි.

එනම් $n^2 \neq 25$ නම් $n \neq 5$ වේ.

- **පරස්ථාපී (contrapositive) ක්‍රමය මගින් සාධනය**

සෘජු සාධනය අසීරු අවස්ථාවක පරස්ථාපී ක්‍රමය මගින් සාධනය කළ හැක. එහි දී A නම් එවිට B $(A \Rightarrow B)$ යන්න තර්කානුකූල ව $\sim B$ නම්, එවිට $\sim A$ $(\sim B \Rightarrow \sim A)$ ට තුල්‍ය බව සැලකෙයි. කිසියම් ප්‍රකාශනයක් සාධනය කිරීමට අවශ්‍ය වූ විට එහි පරස්ථාපිය ගොඩනගා එය සාධනය කිරීමෙන් අදාල ප්‍රකාශනය සාධනය කළ හැකි ය.

උදා: $n \in \mathbb{Z}$ විට,

$n^2 - 6n + 5$ ඉරට්ටේ නම් එවිට n ඔත්තේ බව සාධනය කරන්න.

ඉහත ප්‍රකාශනයේ පරස්ථාපිය

$n \in \mathbb{Z}$ විට,

$n^2 - 6n + 5$ ඔත්තේ නම් එවිට n ඉරට්ටේ වේ.

සාධනය :

n ඉරට්ටේ නම් $n = 2m$ යැයි ගනිමු. $m \in \mathbb{Z}$

එවිට $n - 6n + 5 = (2m)^2 - 6(2m) + 5$

$$= 4m^2 - 12m + 5$$

$$= 2(2m^2 - 6m + 2) + 1$$

$\therefore\ n^2 - 6n + 5$ ඔත්තේ වේ.

එනයින් $n \in \mathbb{Z}$ විට

$n^2 - 6n + 5$ ඉරට්ටේ නම් එවිට n ඔත්තේ බව සාධනය කර ඇත.

ගණිත අභ්‍යුගතය මගින් සාධනය

ගණිත අභ්‍යුගතය මගින් සාධනයේ දී එම ගණිතමය ප්‍රකාශය $n = 1$ විට සත්‍ය බව ඔප්පු කළ යුතු අතර ඉන් පසු කිසියම් $n = P$ අවස්ථාවේ දී එම ප්‍රකාශය සත්‍ය වන බවට උපකල්පනය කරයි. ඉන්පසු $n = P + 1$ ට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වන බව ද සාධනය කළ යුතු ය. එම නිසා එම ප්‍රකාශය සියලු අගයන් සඳහා සත්‍ය වන බව තහවුරු වේ.

මෙහි දී සියලු ධන නිඛිල n සඳහා ගණිතමය ප්‍රකාශය $P(n)$ ලෙස ගනිමු.

(1) $P(1)$ සත්‍ය වේ.

(2) $P(x)$ සත්‍ය නම් $P(x+1)$ සත්‍ය බව සාධනය කරයි.

(3) එනම් $P(n)$ ප්‍රකාශනය සියලු ධන නිඛිල n සඳහා සත්‍ය වේ.

උදාහරණ 1 සියලු ධන නිඛිල n සඳහා

$$1+2+3+........+n=\frac{n}{2}(n+1)$$ බව සාධනය කරන්න.

සාධනය

$$P(n)=1+2+3+4........+n=\frac{n}{2}(n+1)$$

$\underline{\underline{n=1}}$ $\quad \frac{1}{2}(1+1)=\frac{1}{2}\times 2=1$ ①

$P(1)$ සත්‍ය වේ.

$\mathrm{n}=\mathrm{k}$ විට

$P(K)$ සත්‍ය යයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $1+2+3+........+K=\frac{K}{2}(K+1)$ ②

$\mathrm{n}=\mathrm{k}+1$ විට

$$1+2+3+........+K+(K+1)=(1+2+3+.....+K)+(K+1)=\frac{(K+1)}{2}\bullet(K+1+1)$$

විය යුතුයි

$$1+2+3+........+K+(K+1)=\frac{K}{2}(K+1)+(K+1)$$

$$=(K+1)\left(\frac{K}{2}+1\right)$$

$$=\left(\frac{K+1}{2}\right)(K+2)$$

එනම් $1+2+3+........+K+(K+1)=\frac{(K+1)}{2}\left[(K+1)+1\right]$ ③

එනම් $P(K+1)$ සත්‍ය වේ.

එනම් $P(K)$ සත්‍ය නම් $P(K+1)$ සත්‍ය වේ.

① හි ③ සහ ගණිත අභ්‍යුහන මුලධර්මය අනුව සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $P(n)$ සත්‍ය වේ.

එනම් $1+2+3+4+........+n=\frac{n}{2}(n+1)$

උදාහරණ 2 ගණිත අභ්‍යුගත මුලධර්මය අනුව සියලු ධන නිඛිල n සඳහා

$$1+2+2^2+................+2^{n-1}=2^n-1$$ බව සාධනය කරන්න.

සාධනය

$P(n)=1+2+2^2+................+2^{n-1}=2^n-1$ ලෙස ගනිමු

$n=1$ විට $L.H.S.=\mathrm{P}(1)=1$ $R.H.S.=2^1-1=1$ ①

$\therefore L.H.S.=$ R.H.S

එනම් $P(1)$ සත්‍ය වේ.

$P(K)$ සත්‍ය යයි උපකල්පනය කරමු.

එනම් $1+2+2^2+\ldots\ldots\ldots\ldots+2^{K-1}=2^K-1$ ②

$n=K+1$ විට $1+2+2^2+\ldots\ldots.+2^{K-1}+2^K=\left(1+2+2^2+\ldots\ldots.+2^{K-1}\right)+2^K$

$$=\left(2^K-1\right)+2^K$$
$$=2\times 2^K-1$$
$$=2^{K+1}-1$$

එම නිසා $1+2+2^2+\ldots\ldots.+2^{K-1}+2^K=2^{K+1}-1$

එනම් $P(K+1)$ සත්‍ය වේ.

එනම් $P(K)$ සත්‍ය නම් $P(K+1)$ සත්‍ය වේ. ③

①, ③ සහ ගණිත අභ්‍යුගත මූලධර්මය අනුව සියලු ධන නිඛිල n සඳහා $P(n)$ සත්‍ය වේ.
එන

3. විවිධ ආකාරයේ සාධන ඇතුලත් ගැටළු විසඳීමට සිසුන් යොමුකරවන්න.

උදා : (1) ඔත්තේ නිඛිල දෙකක ගුණිතය ඔත්තේ නිඛිලයකි.

(2) ඉරට්ටේ නිඛිල දෙකක ඓක්‍යය ඉරට්ටේ නිඛිලයකි.

(3) n යනු ඔත්තේ නිඛිලයක් විට $5n+11$ යනු ඉරට්ටේ නිඛිලයකි.

(4) සියළු ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා n සඳහා $1+3+5+\ldots\ldots.+(2n-1)=n^2$

(5) සියළු ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා n සඳහා

$$1+4+7+\ldots\ldots\ldots\ldots+3n-2=\frac{n(3n-1)^2}{2}$$

ගණිතය - II

නිපුණතාව 3 : **සංඛ්‍යාත ව්‍යාපතියක හැසිරීම විවරණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 3.1 : කේන්ද්‍රික ප්‍රවනතා මිනුමක් ලෙස මධ්‍යන්‍යය විශ්ලේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල : 1. කේන්ද්‍රික ප්‍රවනතා මිනුම සොයයි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1 • කේන්ද්‍රික ප්‍රවනතා මිනුම' ලෙස මධ්‍යන්‍යය හඳුන්වා දෙන්න.

- සමජාතීය කාණ්ඩයක විචල්‍යයක් මැනීමේ දී එහි බොහෝ මිනුම් දත්ත කුලකයේ මධ්‍යය වටා එක් රැස් වෙනු දැකිය හැකිය. මෙම ප්‍රවණතාවය කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතාවය ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

  උදා: 12 ශ්‍රේණියේ සිසුන් සමූහයක උස 160 cm වටා විසිරෙනු පෙනෙයි.

  එනම් බොහෝ සිසුන්ගේ උස 160 cm ආසන්නයේ පවතින අතර සිසුන් කුඩා සංඛ්‍යාවක උස 150 cm හෝ 170 cm අසන්නයේ පවතියි එම නිසා මෙහි උසෙහි කේන්ද්‍රය 160 cm වේ.

- අසමූහිත දත්ත කුලකයක මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා පහත සූත්‍රය හඳුන්වා දෙන්න.

- $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ යන නිරීක්ෂණ n සංඛ්‍යාවක සමාන්තර මධ්‍යන්‍යය $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

  වේ. මෙහි $\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n$.

- මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා කේතන ක්‍රමය හඳුන්වා දෙන්න.

  - $y_i = x_i - A$, A යනු ඕනෑම සංඛ්‍යාවකි යන කේතය හඳුන්වා දෙන්න.
  - $\overline{x} = A + \overline{y}$ යන සූත්‍රය ලබා ගන්න.

- අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා පහත සූත්‍රය හඳුන්වා දෙන්න. $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots\ldots x_n$ යනු පිළිවෙළින් $f_1, f_2, f_3, \ldots\ldots\ldots f_n$ සංඛ්‍යාත සහිත නිරීක්ෂණ වේ. එවිට

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$ වන අතර

මෙහි $\sum_{i=1}^{n} f_i x_i = f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \ldots + f_n x_n$ හා

$\sum_{i=1}^{n} f_i = f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n$ වේ.

- මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා කේතන ක්‍රමය හඳුන්වා දෙන්න.

  කේතය $y_i = x_i - A$ විට $\overline{y} = \overline{x} - A$ වේ. එවිට

  $$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i y_1}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$ වේ.

  විවිධ වර්ගයේ උදාහරණ දෙමින් විවිධ වර්ගයේ ගැටළු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා පහත සූත්‍ර හඳුන්වා දෙන්න.

  $x_1, x_2, x_3, ...x_n$ යනු පන්ති ප්‍රාන්තරවල මධ්‍ය අගයන් වන විට අනුරූප සංඛ්‍යාත පිළිවෙළින් $f_1, f_2, f_3, ...f_n$ නම්

  $$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_1}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$ වේ. මෙහි $\overline{x}$ යනු මධ්‍යන්‍යයයි.

  කේතන ක්‍රමය මගින් මධ්‍යන්‍යය සෙවීම හඳුන්වා දෙන්න. මෙහි දී

  කේතය $y_i = \dfrac{x_i - a}{b}$ වේ.

  මෙහි x_i යනු i වැනි පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය වන අතර a, b යනු ගණනය පහසුව සඳහා තෝරාගන්නා ලද අගයන් වේ.

  එවිට $\overline{x} = b\overline{y} + A$

  - ඉහත ප්‍රතිඵලය සාධනය කරන්න.
  - සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතා කරන්න.

  මධ්‍යන්‍යය ඇතුළත් ගැටළු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

- වෙනත් දත්ත කුලකයක මධ්‍යන්‍යය හා සුදුසු කේතයක් භාවිතයෙන් අළුත් දත්ත කුලකයක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

  උදා: 1. පහත දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

  4, 6, 8, 12, 14, 16, 17

  එනයින් හා සුදුසු කේතයත් භාවිතයෙන් පහත දත්ත කුලකවල මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

  (i) 104, 106, 108, 112, 114, 116, 117

  (ii) 10.4, 10.6, 10.8, 11.2, 11.4, 11.6, 11.7

  උදා: 2. පහත සිසුන් දහදෙනෙකු විභාගයක් සඳහා ලබාගන්නා ලද ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 40 වේ. මධ්‍යන්‍යය 50 ලෙස මෙම ලකුණු පරිණාමනය කෙරේ.

  x_i යනු නියම ලකුණ ද, y_i යනු කේතනයට පසු ලකුණ ද වනවිට,

  $y = x_i - A$ යන කේතය භාවිතයෙන්,

(i) A හි අගය සොයන්න.

(ii) නියම ලකුණ 50 වනසිසුවකුගේ නව ලකුණ සොයන්න.

(iii) එක්තරා සිසුවකුගේ නව ලකුණ 80 වන විට ඔහුගේ නියම ලකුණ සොයන්න.

2. **හරිත මධ්‍යන්‍යය :**

දත්ත කුලකයක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට පෙර එක් එක් දත්තයේ ඇති වැදගත්කම අනුව ඒවාට භාරයන් ලබදීමට අපට හැකි ය. භාරයන්ට අනුරූප ව එම දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට ද හැකි ය. එම මධ්‍යන්‍යය හරිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස හැඳින්වේ.

$x_1, x_2, x_3, \dots x_n$ යන සංඛ්‍යාවලට පිළිවෙළින් $w_1, w_2, x_3, \dots w_n$ යන භාර ලබා දෙන්නේ නම් ඉහත සංඛ්‍යාවල

හරිත මධ්‍යන්‍යය $= \left(\dfrac{w_1x_1 + w_2x_2 + \dots\dots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + \dots\dots + w_n} \right)$

$w_1 + w_2 + \dots\dots + w_n = 1$ බැවින්

හරිත මධ්‍යන්‍යය $= w_1x_1 + w_2x_2 + \dots\dots + w_nx_n$ වේ.

හරිත මධ්‍යන්‍යය සඳහා උදාහරණ දෙන්න.

- $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ යනු n ධන සංඛ්‍යා නම් එම සංඛ්‍යාවල ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය

$$G.M. = (x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots\dots\dots\dots \times x_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$G.M. = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots\dots\dots\dots \times x_n}$$ වේ.

ගුණෝත්තර මධ්‍යන්‍යය අර්ථ දැක්වෙන්නේ ධන සංඛ්‍යා සඳහා පමණක් බැවින් පිළිතුර ද ධන සංඛ්‍යාවක් බව සැලකිය යුතු ය.

නිපුණතා මට්ටම 3.2 : සාපේක්ෂ පිහිටුම් අගයන් භාවිතයෙන් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 14

ඉගෙනුම් පල : 1. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක සාපේක්ෂ පිහිටුම සොයයි.

ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. මධ්‍යස්ථය
   - අසමූහිත දත්ත කුලකයක් සඳහා මධ්‍යස්ථය හඳුන්වා දෙන්න.
   - අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා මධ්‍යස්ථය හඳුන්වා දෙන්න.
   - පහත ඒවා භාවිතයෙන් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා මධ්‍යස්ථය හඳුන්වා දෙන්න.
     - සමුච්චිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය
     - ඒකජ අන්තර් නිවේශනය

චතුර්ථක :

- අසමූහිත දත්ත කුලකයක් සඳහා චතුර්ථක හඳුන්වා දෙන්න.
- අසමූහිත ව්‍යාප්තියක් සඳහා චතුර්ථක හඳුන්වා දෙන්න.
- පහත ඒවා භාවිතයෙන් අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා චතුර්ථක හඳුන්වා දෙන්න.
  - සමුච්චිත සංඛ්‍යාත වක්‍රය
  - ඒකජ අන්තර් නිවේශනය
  - සූත්‍රය

දශමක හා ප්‍රතිශතක :

- අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති සඳහා දශමක හා ප්‍රතිශතක හඳුන්වා දෙන්න.
- පහත ඒවා භාවිතයෙන් අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති සඳහා දශමක හා ප්‍රතිශතක හඳුන්වා දෙන්න.
  - සමුච්චිත සංඛ්‍යාත වක්‍රය
  - ඒකජ අන්තර් නිවේශනය

තෙවන වාරය

ගණිතය - I

නිපුණතාව : **8.0 අසමානතා හසුරුවයි.**

නිපුණතා මට්ටම : 8.1 ඒකජ සහ වර්ගජ අසමානතා භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල : 1. ඒකජ සහ වර්ගජ අසමානතා විසඳයි.
2. ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් සමගාමී ඒකජ අසමානතා විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

- a හා b යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වන විට
  (i) $a-b$ ධන නම් සහ නම්ම පමණක් $a>b$ වේ.
  $a>b \Leftrightarrow a-b>0$
  (ii) $a-b$ ඍණ නම් සහ නම්ම පමණක් $a<b$ වේ.
  $a<b \Leftrightarrow a-b<0$
- ඉහත අර්ථ දැක්වීම් සංඛ්‍යා රේඛාව භාවිතයෙන් විස්තර කරන්න.
- x සහ y යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා දෙකක් විට පහත ඒවායින් එකක් හෝ සත්‍ය වේ.
  $x>y,\ x<y,\ x=y$
  මෙය ත්‍රිධාකරණ නීතිය ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.
- අසමානතා (ත්‍රිධාකරණ නීතිය) සංඛ්‍යා රේඛාව භාවිතයෙන් විස්තර කරන්න.
- සංඛ්‍යා කුලක සඳහා පහත සඳහන් ප්‍රාන්තර අංකන හඳුන්වා දෙන්න.
- $a,b\in\mathbb{R}$ ද $a<b$ විට

ප්‍රාන්තරය	අංකනය
$\{x\in\mathbb{R} \mid a\le x\le b\}$	$[a,b]$
$\{x\in\mathbb{R} \mid a\le x< b\}$	$[a,b)$
$\{x\in\mathbb{R} \mid a< x\le b\}$	$(a,b]$
$\{x\in\mathbb{R} \mid a< x< b\}$	(a,b)

- පහත ප්‍රාන්තර ද පැහැදිලි කරන්න.

ප්‍රාන්තරය	අංකනය
$\{x\in\mathbb{R} \mid x\ge a\}$	$[a,+\infty)$
$\{x\in\mathbb{R} \mid x> a\}$	$(a,+\infty)$
$\{x\in\mathbb{R} \mid x\le a\}$	$(-\infty,a]$
$\{x\in\mathbb{R} \mid x< a\}$	$(-\infty,a)$

- $a, b, c \in \mathbb{R}$ විට, පහත අසමානතා ආශ්‍රිත මූලික ප්‍රතිඵල ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.
  - $a > b$ සහ $b > c \Rightarrow a > c$
  - $a > b \Rightarrow a + c > b + c$
  - $a > b$ සහ $c > 0 \Rightarrow ac > bc$
  - $a > b > 0$ සහ $c > 0 \Rightarrow ac < bc$
  - $a > b$ සහ $c > 0 \Rightarrow ac = bc = 0$
  - $a > b$ සහ $c > d \Rightarrow a + c < b + d$
  - $a > b > 0$ සහ $c > d > 0 \Rightarrow ac > bd$
  - $a > b > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
  - $a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

$a > b > 0$ සහ n යනු ධන පරිමේය සංඛ්‍යාවක් වීම සඳහා $a > b$ සහ $a < b$

1. ඒකජ සහ වර්ගජ අසමානතා විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

2. සමගාමී ඒකජ අසමානතා විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 8.2 : ප්‍රස්තාරික ක්‍රම භාවිතයෙන් වර්ගජ අසමානතා විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල : 1. ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් වර්ගජ හා සමගාමී අසමානතා විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1.
   - වර්ගජ අසමානතා ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.
   - සමගාමී වර්ගජ අසමානතා ප්‍රස්තාරිකව විසඳීම සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරවන්න.

නිපුණතා මට්ටම 8.3 : පරිමේය ශ්‍රිත අඩංගු අසමානතා විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල : 1. $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳයි.

මෙහි $f\left(x\right)$, යනු මාත්‍රය ≤ 3 සහ $g(x) \neq 0$ වූ x හි බහුපද වේ.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1.• $\dfrac{\mathrm{P}\left(x\right)}{\mathrm{Q}\left(x\right)}$ ආකාරයේ පරිමේය ශ්‍රිත විසඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරවන්න.

මෙහි $\mathrm{P}\left(x\right)$ හා $\mathrm{Q}\left(x\right)$ යනු x හි බහුපද වේ.

• $\mathrm{P}\left(x\right)$ හා $\mathrm{Q}\left(x\right)$ හි වැඩිතම මාත්‍රය 3 හෝ 3 ට අඩු බව අවධාරණය කරන්න. (ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය අපේක්ෂා නොකෙරේ.)

නිපුණතාව 11 : ශ්‍රිතයක සීමාව නිර්ණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 11.1 : ශ්‍රිතයක සීමාව විවරණය කර සීමා පිළිබඳ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල : 1. ''සීමාව'' යන්නෙහි ප්‍රතිභාමය අදහස ප්‍රකාශ කර සීමාව සම්බන්ධ ප්‍රමේයයන් ප්‍රකාශ කරයි.

2. $\underset{x \to a}{\text{සීමාව}} \dfrac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}$ බව සාධනය කරයි. මෙහි n යනු පරිමේය සංඛ්‍යාවකි.

3. ඉහත ප්‍රමේය ගැටලු විසඳීමට යොදා ගනියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $x \in \mathbb{R}$ විට x හි අගය ''a'' නම් පරිමේය සංඛ්‍යාව කරා එයට සමාන නොවී කෙසේ ළඟා විය හැකි ද යන්න සාකච්ඡා කරන්න.

x, a කරා ළඟා වන විට $f\left(x\right)$ හි හැසිරීම සාකච්ඡා කරන්න.

x ට a කරා ළඟා වීමට හැකි ක්‍රම දෙක එනම් ඍණ අනන්තයේ සිට a කරා ළඟා වීම මෙයට වමත් සීමාව යයි කියන අතර $x \to a^-$ ලෙස දක්වමු. එලෙස ම ධන අනන්තයේ සිට a කරා ළඟා වීම මෙයට දකුණත් සීමාව යයි කියන අතර $x \to a^+$ මඟින් දක්වමු.

එසේම $\lim\limits_{x \to a^-} f\left(x\right) = \lim\limits_{x \to a^+} f\left(x\right) = \lim\limits_{x \to a} f\left(x\right) = \ell$

එසේ ම $\lim\limits_{x \to a} \mathrm{f}(x)$ නොපවතින අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.

a ලක්ෂ්‍යයේ දී ශ්‍රිතයේ සීමාවත් එම ලක්ෂ්‍යයේ දී ශ්‍රිතයේ අගයත් අතර වෙනස හඳුන්වා දෙන්න.

f හා g යනු $x \to a$ විට සීමාව පවතින ශ්‍රිතයන් දෙකක් යයි උපකල්පනය කරමු. මෙහි a යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකි. එවිට පහත ප්‍රමේයයන් ප්‍රකාශ කළ හැකි ය.

(1) $\mathrm{f}(x) = K$ යයි සිතමු. එවිට $\lim\limits_{x \to a} \mathrm{f}(x) = K$ මෙහි K නියතයකි.

(2) $\lim\limits_{x \to a} K\,\mathrm{f}(x) = K \lim\limits_{x \to a} \mathrm{f}(x)$ මෙහි K නියතයකි.

(3) $\lim\limits_{x \to a} \left[\mathrm{f}(x) \pm g(x)\right] = \lim\limits_{x \to a} \mathrm{f}(x) \pm \lim\limits_{x \to a} \mathrm{g}(x)$

(4) $\lim\limits_{x \to a} \left[f(x) \cdot g(x)\right] = \lim\limits_{x \to a} f(x) \cdot \lim\limits_{x \to a} \mathrm{g}(x)$

(5) $\lim\limits_{x \to a} \mathrm{g}(x) \neq 0$ නම් $\lim\limits_{x \to a} \left[\dfrac{\mathrm{f}(x)}{\mathrm{g}(x)}\right] = \dfrac{\lim\limits_{x \to a} \mathrm{f}(x)}{\lim\limits_{x \to a} \mathrm{g}(x)}$

(6) $\lim\limits_{x \to a} \left[f(x)\right]^n = \left[\lim\limits_{x \to a} f(x)\right]^n$; $n \in \mathbb{N}$

(7) $\lim\limits_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim\limits_{x \to a} \mathrm{f}(x)}$; $n \in \mathbb{N}, \mathrm{f}(x) \geq 0$

(8) f යනු බහුපද ශ්‍රිතයක් විට සියලු $x \in \mathbb{R}$ $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

(9) a අයත් ප්‍රාන්තරයක $x = a$ හැර සියලු x අගයන් $f(x) = g(x)$ නම් එවිට $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \lim\limits_{x \to a} \mathrm{g}(x)$

මෙම ප්‍රමේයය සාධනය බලාපොරොත්තු නොවන අතර නිදසුන් සහිත ව ගැටලු විසඳීමේ දී ඒවායේ භාවිතය පැහැදිලි කරන්න.

2 $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{x^n - a^n}{x - a} = na^{n-1}$ යන ප්‍රමේයය n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් සඳහා සාධනය කර සෘණ පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් සඳහා ද සත්‍ය බව අපෝහනය කරන්න. එනයින් මෙම ප්‍රමේය සියලු පරිමේය සංඛ්‍යා සඳහා සත්‍ය බව සාධනය කරන්න.

3 සීමාව ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිත කිරීම කෙරෙහි සිසුන්ගේ අවධානය යොමු කරන්න.

ගණිතය - II

නිපුණතාව : 3.0 සංඛ්‍යා ව්‍යාප්තියක හැසිරීම විවරණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම : 3.3 කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුමක් ලෙස මාතය විශ්ලේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුමක් ලෙස මාතය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. මාතය කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුමක් ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.
   - අසමූහිත දත්ත කුලකයක්
   - අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක්
   - සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා මාතය සෙවීම සඳහා සිසුන්ට පවරන්න.

- සමූහිත දත්ත සඳහා මාතය සෙවීම සඳහා පහත සූත්‍රය හඳුන්වා දෙන්න.

මාතය $\left(M_0\right) = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)C$

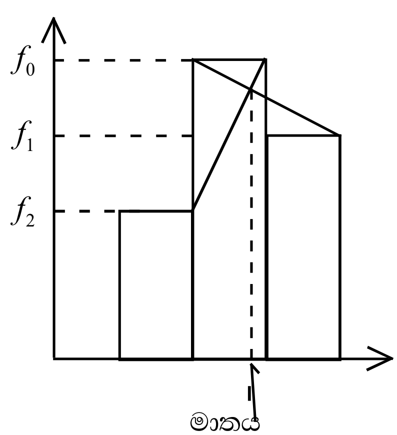
මෙහි $L -$ මාත පන්තියේ යටත් මායිම

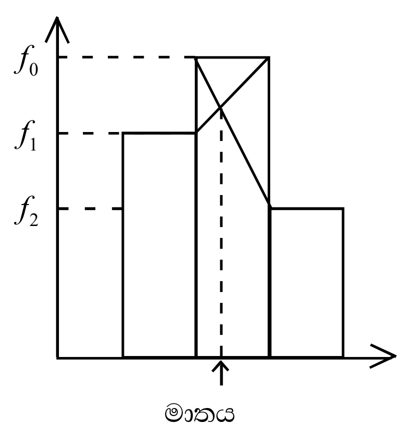
$C -$ මාත පන්තියේ යටත් තරම

$\Delta_1 -$ මාත පන්තියේ හා ඊට පෙර පන්තියේ සංඛ්‍යාතවල වෙනස

$\Delta_2 -$ මාත පන්තියේ හා ඊට පසු පන්තියේ සංඛ්‍යාතවල වෙනස

- සිසුන්ට විවිධ දත්ත සමූහ සඳහා මාතය සෙවීමට මඟ පෙන්වන්න.





නිපුණතා මට්ටම 3.4 : සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පිළිබඳ තීරණවලට එළඹීම සඳහා සුදුසු කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. කේන්ද්‍රික ප්‍රවනතා මිනුම්වල සාපේක්ෂ වැදගත්කම ප්‍රකාශ කරයි.
2. දෙන ලද අවස්ථාවක් සඳහා සුදුසු කේන්ද්‍රික ප්‍රවනතා මිනුමක් සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම්වල සාපේක්ෂ වැදගත්කමඋදාහරණ මගින් සිසුන්ට පහදා දෙන්න.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම්වල වැදගත්කම සාකච්ඡා කරන්න.
2. පහත අවස්ථා සඳහා සුදුසු කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම තෝරන්න.

- බොහෝ අගයන් මධ්‍යස්ථය වටා හෝ යම්කිසි අගයක් හෝගන්නාවිට, වඩාත් සුදුසු කේන්ද්‍රික මිනුම මාතය වේ.
- මධ්‍යන්‍යය ගණනය කිරිමේ ක්‍රියාවලියේ දී සියලු ම අගයන් භාවිත කරන බැවින් අනෙකුත් කේන්ද්‍රික ප්‍රවණතා මිනුම් අතර මධ්‍යන්‍යය වඩාත් වැදගත් වේ.
- වැඩිපුර ගණනය කිරීම් සඳහා මධ්‍යන්‍යය සුදුසු මිනුමක් වේ.
- සමමිතික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක අගයක් වෙනස් වූ විට එය ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය සඳහා බලපාන බව නිදසුන් මගින් විස්තර කරන්න.
- සමමිතික ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය හෝ මධ්‍යස්ථය හෝ මාතය සුදුසු මිනුම් බව පහදන්න.
- විවෘත පන්ති ප්‍රාන්තර පවතින අවස්ථාවල මධ්‍යන්‍යය සුදුසු මිනුමක් නොවන අතර මාතය හෝ මධ්‍යස්ථය සුදුසු මිනුම් වන බව පහදන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.5 :අපකිරණයේ මිනුම් භාවිතයෙන් ව්‍යාප්තියේ විසිරීම විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල : 1. සුදුසු අපකිරණ මිනුම් භාවිතයෙන් සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ඇසුරින් තීරණ ගනියි.
2. විසිරීම පිළිබඳ මිනුම් සහ වැදගත්කම ප්‍රකාශ කරයි.
3. කිටු මධ්‍යන්‍යය සහ කිටු විචලතාවය ප්‍රකාශ කරයි.
4. කිටු මධ්‍යන්‍යය සහ කිටු විචලතාවය සොයයි.
5. කිටු මධ්‍යන්‍යය හා කිටු විචලතාව ගණනය කිරීම සඳහා කේත ක්‍රමය
6. ඒකජ පරිණාමන ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

1. • වැඩි ම නිරික්ෂණයේ අගයත් අඩු ම නිරීක්ෂණයේ අගයත් අතර වෙනස ලෙස පරාසය හඳුන්වා දෙන්න.

   • චතුර්ථක හඳුන්වා අන්තර් චතුර්ථක පරාසය $Q_3 - Q_1$ ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.

   • අර්ධ අන්තර් චතුර්ථක පරාසය (චතුර්තක අපගමනය) ලෙස හඳුන්වන්න.

   • පරාසය, අන්තර් චතුර්ථක පරාසය $\left(\dfrac{Q_3 - Q_2}{2}\right)$, අර්ධ අන්තර් චතුර්ථක පරාසය සඳහා සුදුසු උදාහරණ ලබා දෙන්න.

   • අසමූහිත දත්ත සඳහා
   • අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය සඳහා
   • සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය සඳහා

• සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා K වන චතුර්ථකය,

$$Q_K = L + \left(\frac{\dfrac{KN}{4} - f_c}{\mathrm{f}}\right)C$$ මෙහි $K = 1, 2, 3$ යන සුත්‍රය හඳුන්වා දෙන්න

$Q_K -$ K වන චතුර්ථකය $K = 1, 2, 3$

$N -$ මුළු දත්ත සංඛ්‍යාව

$L - Q_x$ ඇතුලත් පන්ති ප්‍රාන්තරයේ යටත් මායිම

$\mathrm{f}_c - L$ ට වඩා අඩු මුළු දත්ත සංඛ්‍යාව

$\mathrm{f} - Q_x$ ඇතුළත් පන්තියේ සංඛ්‍යාතය

$C - Q_x$ ඇතුළත් පන්තියේ තරම

මධ්‍යන්‍ය අපගමනය

• අසමූහිත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍ය අපගමනය (MD) පහත අයුරු අර්ථ දක්වන්න.

$x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots. x_n$ නිරීක්ෂණ n සඳහා දත්ත කුලකයේ මධ්‍යයන අපගමනය

$$\mathrm{MD} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left|x_i - \bar{x}\right|}{n}$$ මෙහි $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

• අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා මධ්‍යන්‍ය අපගමනය හඳුන්වා දෙන්න. $x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots. x_n$ නිරීක්ෂණ n සංඛ්‍යාවක් ද ඒවායේ අනුරූප සංඛ්‍යාතයක් $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$ ද යයි සිතමු. එවිට මධ්‍යන්‍ය අපගමනය (MD)

$$\mathrm{MD} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{f}_i \left|x_i - \bar{x}\right|}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{f}_i}$$ මෙහි $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} \mathrm{f}_i}$

• සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා මධ්‍යන්‍ය අපගමනය හඳුන්වා දෙන්න

$x_1, x_2, x_3 ....x_n$ යනු පන්ති ප්‍රාන්තරවල මැද අගයන් ද හා

$f_1, f_2, f_3 ....f_n$ යනු අනුරූප පන්තිවල සංඛ්‍යාතයන් ද යයි සිතමු. එවිට

$$\text{MD} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \text{f}_i \left| x_i - \overline{x} \right|}{\sum_{i=1}^{n} \text{f}_i} \qquad \text{මෙහි} \quad \overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} \text{f}_i}$$

මධ්‍යයනය සහ විචලතාව

විචලතාව හා සම්මත අපගමනය හඳුන්වා දෙන්න.

- අසමූහිත දත්ත සඳහා
- අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා
- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සඳහා

- අසමූහිත දත්ත ව්‍යාප්තියක් සඳහා

විචලතාව $\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}}$ ලෙස ද

- සම්මත අපගමනය $(\sigma) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n}}$ වන සූත්‍ර මඟින් ලබා ගත හැකි

බව හඳුන්වා දෙන්න.

- කාර්ය බද්ධ සූත්‍රයක් ලෙස $\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \overline{x}^2}$ ලබා ගැනීමට මඟ

පෙන්වන්න.

- අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය සඳහා

විචලතාවය $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \text{f}_i \left(x_i - \overline{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} \text{f}_i}$ මෙහි $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} \text{f}_i}$

මෙහි f_i යනු x_i අගය සඳහා අනුරූප සංඛ්‍යාතයයි.

- සිසුන්ට $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i} - \bar{x}^2$ ලබා ගැනීමට මඟ පෙන්වන්න.

- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$ ලෙස ද

  මෙහි x_i යනු පන්ති ප්‍රාන්තරවල මැද අගය ද f_i යනු එම පන්ති ප්‍රාන්තරයට

  අදාළ සංඛ්‍යාතය ද වේ. තවද $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$ වේ.

- සිසුන්ට $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i} - \bar{x}$ ලබා ගැනීමට මඟ පෙන්වන්න.

  කේත කරන ලද දත්ත සමූහ සඳහා සූත්‍ර ලබා ගැනිමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

2. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති පිළිබඳ තීරණ ගැනීම සඳහා විසිරීම පිළිබඳ සුදුසු මිනුම් භාවිත කිරීමටඩ මග පෙන්වන්න.
3. කිටු මධ්‍යයනයයි

   $\bar{x}_1$ හා $\bar{x}_2$ යනු දත්ත n_1 හා n_2 වන කුලක දෙකක නම්

   කිටු මධ්‍යයනය $\bar{x} = \dfrac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2}{n_1 + n_2}$.

4 කිටු මධ්‍යයනයයි

σ_1^2 හා σ_2^2 වන දත්ත කුලක දෙකක විචලතා n_1 හා n_2 නම් කිටු විචලතාවය

$$\sigma^2 = \frac{1}{n_1 + n_2}\left\{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2\right\} + \frac{n_1 n_2}{\left(n_1 + n_2\right)^2}\left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right)^2$$

- ඉහත සූත්‍රය සාධනයට හා භාවිතය සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

5. $x_1, x_2, ...x_n$ දත්ත කුලකයෙහි සංඛ්‍යාත $f_1, f_2, ...f_n$ යයි සිතමු.

   $y_i = \dfrac{x_i - A}{b}$ යන කේත කරණය සලකන්න.

$$\sigma_x^2 = b^2\sigma_y^2$$

$\sigma_x = b\sigma_y$ සමීකරණ ලබා ගන්න.

6. • ඉහත මූලධර්ම හා සම්බන්ධ ගැටලු විසඳන්න.
   • දත්ත කුලක පරිණාමනය සඳහා $y = ax + b$ භාවිත කර දෙන ලද මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය අනුරූප නව මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

   උදාහරණ ය විභාගයට A හා B ප්‍රශ්න පත්‍ර දෙකක් විය එහි දී ලබාගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය පහත අයුරු වේ.

	මධ්‍යන්‍යය	සම්මත අපගමනය
A පත්‍රය	62	16
B පත්‍රය	48	12

මෙම දත්ත කුලක දෙකෙහි ම මධ්‍යයනය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙළින් 50 හා 20 වන සේ පරිණාමනය කරන්න.

(i) A පත්‍රය හා B පත්‍රය සඳහා වූ පරිණාමන සමීකරණ සොයන්න.

(ii) ශිෂ්‍යයෙක් A පත්‍රයට ලකුණ 80ක් හා B පත්‍රයට ලකුණු 46ක් ලබා ගත්තේ නම් ඉහත දෙන ලද පරිණාමනයට අනුව ඔහුගේ නව ලකුණ සොයන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.6 : විචලන සංගුණකය, විසුරුම පිළිබඳ මිනුමක් ලෙස විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල : 1. විචලන සංගුණකය විස්තර කර ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. • විචලන සංගුණකය $\left(\text{C.V}\right) = \dfrac{\text{සම්මත අපගමනය}}{\text{මධ්‍යන්‍යය}} \times 100$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
   • විචලන සංගුණකය හා බැඳුණු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

නිපුණතා මට්ටම : 3.7 කුටිකතා මිනුම් ඇසුරින් ව්‍යාප්තියක හැඩය නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. කුටිකතා මිනුම අර්ථ දක්වයි.
2. මධ්‍යයනය, මධ්‍යස්ථය සහ මාතය අතර සම්බන්ධතාවය ප්‍රකාශ කරයි.
3. කුටිකතා මිනුම් සොයයි.
4. කුටිකතා මිනුම් මඟින් ව්‍යාප්තියක හැඩය විස්තර කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. • කුටිකතා මිනුම විස්තර කරන්න.

කිසියම් ප්‍රමාණාත්මක දත්ත සමූහයක් ජාල රේකයක් මගින් නිරූපණය කළ විට එම දත්ත සමමිතිකව විසිරී හෝ සමමිතික නොවන ලෙස විසිරී පැවතිය හැකිය.
උදාහරණ : කිසියම් නගරයක පවුලක ආදායම ජාල රේඛයක් මගින් නිරූපණය කළ විට එම දත්ත සමමිතික විසිරීමක් නොපවතින බව නිරීක්ෂණය කළ හැකිය.

- කිසියම් දත්ත සමූහයක විසිරීම හා කුටිකතා මිනුම අතර සම්බන්ධ පැහැදිලි කරන්න.

- මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය හා මාතය අතර ආනුභාවික සම්බන්ධය ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\text{මාතය} \approx 3\left(\text{මධ්‍යන්‍යය - මධ්‍යස්ථය}\right)$$

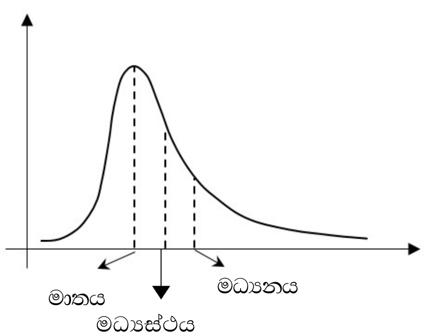
- කාල් පියර්සන්ගේ කුටිකතා මිනුම අර්ථ දක්වන්න.

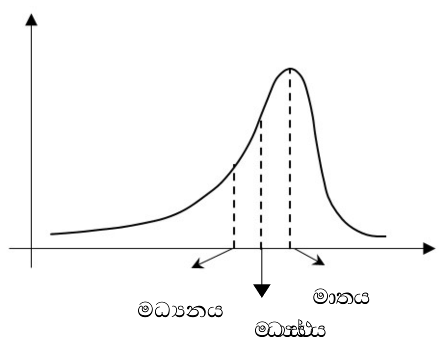
$$S_k = \frac{3\left(\text{මධ්‍යන්‍යය - මාතය}\right)}{\text{සම්මත අපගමනය}}$$

- කුටිකතා මිනුම් සෙවීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

- කුටිකතා මිනුම් මගින් ව්‍යාප්තියක හැඩය විස්තර කරන්න.
  - ධන කුටිකතාවය
  - ඍණ කුටිකතාවය

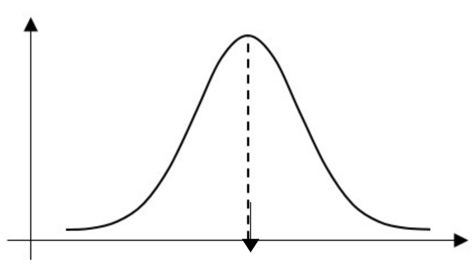
ධන ධන කුටිකතාවය ඍණ කුටිකතාවය





මධ්‍යනය = මාතය = ම

සමමිතික



නිපුණතාව	:	**4.0 අහඹු සිද්ධියක් ගණිතමය ආකාරයට විශ්ලේෂණය කරයි.**
නිපුණතා මට්ටම	:	4.1 සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි නීර්ණය කරයි.
කාලච්ඡේද ගණන	:	08
ඉගෙනුම් පලය	:	1. සසම්භාවී පරීක්ෂණය විස්තර කරයි. 2. නියදි අවකාශය හා නියදි ලක්ෂ්‍ය අර්ථ දක්වයි. 3. සිද්ධියක් අර්ථ දක්වයි. 4. සිද්ධි වර්ග පැහැදිලි කරයි. 5. සිද්ධි වර්ගීකරණය කරයි. 6. සිද්ධි දෙකක මේලය හා ඡේදනය අර්ථ දක්වයි. 7. අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි සහ නිරවශේෂ සිද්ධි විස්තර කරයි. 8. සම සම්භාවී සිද්ධි පැහැදිලි කරයි. 9. සිද්ධි අවකාශය විස්තර කරයි. 10. ඉහත සංකල්ප හා බැඳුණු ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් යනු එක ම තත්ත්වයක් යටතේ නැහැසුමක් හෝ නිරීක්ෂණයක් හෝ විශාල වාර ගණනක් පුනරාවර්තන කළ හැකි පරීක්ෂණයකි. පරීක්ෂණයේ එක් එක් ප්‍රතිඵලය එකිනෙකට ස්වායත්ත විය යුතු අතර සර්ව සම ලෙස ව්‍යාප්ත විය යුතු ය.
   එයට, පෙර ප්‍රතිඵලය බලපෑමක් නොකළ යුතු අතර ප්‍රතිඵලය ස්ථිර ව ම පුරෝකථනය කළ නොහැකි විය යුතු ය.

   උදාහරණ : 1. සමබර කාසියක් උඩ දැමීම
   2. සමබර දාදු කැටයක් උඩ දැමීම
   3. 1 සිට 50 තෙක් අංකනය කර ඇති සර්වසම පන්දුවලින් එකක් තෝරා ගැනීම
   4. කිසියම් කාලපරිච්ඡේදයකදී දුරකථන බිඳවැටුම් ප්‍රතිශතය
   5. කෙටි පණිවිඩ මධ්‍යස්ථානය මගින් ලැබෙන පණිවිඩ දෙකක් අතර කාල වෙනස

2. සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ සියලු විය හැකි ප්‍රතිඵලවල කුලකය පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය යයි කියමු. එය සාමාන්‍යයෙන් S මගින් දක්වමු.

   උදාහරණ : 1. සමබර කාසියක් උඩ දැමීම, නියැදි අවකාශය $S=\{H,T\}$
   2. සමබර දාදු කැටයක් පෙරළීම, නියැදි අවකාශය
   $S=\{1,2,3,4,5,6\}$
   3. සමබර දාදු කැටයක් දෙවරක් පෙරළීම, නියැදි අවකාශය
   $S=\{(i,j); i=1,2,3,4,5,6\ ;\ j=1,2,3,4,5,6\}$
   4. විදුලි බල්බයක ජීවිත කාලය මැනීම, නියැදි අවකාශය

$S=\{t;t\geq 0\}$

5. කාසියක් හිස වැටෙන තුරු උඩ දැමීම, නියැදි අවකාශය

$S=\{H,TH,TTH,TTTH,....\}$

3. නියැදි අවකාශයේ උප කුලකයක් සිද්ධියක් වේ.

උදාහරණ : කාසියක් දෙවරක් උඩ දැමීම

නියැදි අවකාශය $S=\{HH,HT,TH,TT\}$

සිද්ධි $E_1=\{HT,TH\}$

$E_2=\{HH\}$

4. සංයුක්ත සිද්ධි හා සරල සිද්ධි ලෙස සිද්ධි වර්ග දෙක වෙන් කළ හැකි ය.

(a) සරල හෝ මූලික සිද්ධි

නියැදි අවකාශයේ නියැදි ලක්ෂ්‍ය එකක් පමණක් නිරූපණය කරන සිද්ධියකට සරල මූලික සිද්ධියක් යයි කියමු.

උදාහරණ : දාදු කැටයක් පෙරළීම

නියැදි අවකාශය $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

සරල සිද්ධි $E_1=\{2\}$ $E_2=\{6\}$

(b) සංයුක්ත සිද්ධි

නියැදි අවකාශයේ නියැදි ලක්ෂ්‍ය එකකට වඩා වැඩි කුලක නිරූපණය කරන සිද්ධි සංයුක්ත සිද්ධි වේ.

උදාහරණ : දාදු කැටයක් පෙරළීම

නියැදි අවකාශය $S=\{1,2,3,4,5,6\}$

සංයුක්ත සිද්ධි $E_1=\{2,4,6\}$ $E_2=\{2,3,5\}$

5. (a) නිසැක සිද්ධි

පරීක්ෂණය ගොඩනඟන සෑම අවස්ථාවක ම ස්ථිර ව ම සිදුවන සිද්ධිය නිසැක සිද්ධියක් යයි කියමු.

(b) විය නොහැකි සිද්ධි

පරීක්ෂණය සිදු කරන කිසි ම අවස්ථාවක සිදු නොවන සිද්ධියක් විය නොහැකි සිද්ධියක් යයි කියමු.

උදාහරණ : 1 සිට 6 තෙක් අංක කරන ලද සමබර දාදු කැටයක් පෙරළන පරීක්ෂණයක හත ලැබීම

(c) අනුපූරක සිද්ධි

වෙනත් සිද්ධියකට විරුද්ධ ව සැකසෙන සිද්ධියක් මුල් සිද්ධියේ අනුපූරක සිද්ධිය ලෙස හඳුන්වමු.

උදාහරණ : සමබර දාදු කැටයක් පෙළෙන පරීක්ෂණයක ඉරට්ටේ අංකයක් සහිත මුහුණතක් ලැබීම හා ඔත්තේ අංකයක්

සහිත හා මුහුණතක් ලැබීම එකිනෙකට අනුපූරක සිද්ධි වේ.

6. (a) A හෝ B හෝ සිද්ධිය

නියැදි අවකාශයක් ආශ්‍රිත A හා B සිද්ධි දෙකක් නම් $A \cup B$ සිද්ධිය A හෝ B හෝ දෙක ම සිදුවීම ලෙස අර්ථ දක්වමු.

මෙය A හෝ B සිද්ධිය ලෙස හඳුන්වමු.

එම නිසා A හෝ B හෝ සිද්ධිය $= A \cup B = \{x : x \in A$ හෝ $x \in B\}$

(b) A සහ B සිද්ධිය

A හා B සිද්ධි දෙකක් නම් $A \cap B$ මගින් A සහ B සිද්ධිය නිරූපණය වේ. $A \cap B = \{x : x \in A$ සහ $x \in B\}$

7. අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි

සිද්ධි දෙකකට හෝ වැඩි ගණනකට හෝ පොදු අවයව නොපවතී නම් එනම් නියැදි අවකාශයේ උපකුලක දෙකක හෝ වැඩි ගණනක හෝ පොදු අවයව නොමැති නම් මෙම සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි යයි කියමු.

E_1 හා E_2 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් නම්

එවිට $E_1 \cap E_2 = \phi$

උදාහරණ : සමබර දාදු කැටයක් පෙරළීම

නියැදි අවකාශය = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$E_1 = \{1, 3, 5\}$, $E_2 = \{2, 4, 6\}$ සිද්ධි සඳහා $E_1 \cap E_2 = \phi$ වේ.

එනයින් E_1 හා E_2 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ. $E_4 = \{2, 3, 5\}$ හා $E_5 = \{3, 6\}$ නම් එවිට $E_4 \cap E_5 = \{3\}$ එවිට E_4 හා E_5 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවේ.

8. නිරවශේෂ සිද්ධි : සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සියලු විය හැකි ප්‍රතිඵලවලින් සමන්විත සිද්ධි නිරවශේෂ සිද්ධි වේ.

උදාහරණ : සමබර දාදු කැටයක් පෙරළන පරීක්ෂණයක නියැදි අවකාශය

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$E_1 = \{1, 2, 3\}$ $\quad E_2 = \{3, 4\}$ $\quad E_3 = \{5, 6\}$

$E_1 \cup E_2 \cup E_3 = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} \cup \{5, 6\} = S$

එවිට E_1, E_2, E_3 වැනි සිද්ධි නිරවශේෂ යයි කියමු.

9. සම සේ භව්‍ය සිද්ධි

එක සිද්ධියක් තවත් සිද්ධියකට වඩා සිදුවේයයි බලාපොරොත්තු විය නොහැකි සිද්ධිවලට සම සේ භව්‍ය සිද්ධි යයි කියනු ලැබේ.

උදාහරණ : සමබර දාදු කැටයක් පෙරළීම

නියදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$E_1 = \{1\} \quad E_2 = \{2\} \quad E_3 = \{3\} \quad E_4 = \{2,3\}$

E_1, E_2 හා E_3 සම සේ භව්‍ය සිද්ධි වේ.

E_1 හා E_4 සම සේ භව්‍ය සිද්ධි නොවේ.

10. සිද්ධි අවකාශය

A මගින් දෙනු ලබන පරීක්ෂණයක A හා සම්බන්ධ සිද්ධි, සිද්ධි ලක්ෂ්‍ය යයි කියන අතර සියලු ම විය හැකි සිද්ධි ලක්ෂ්‍යවල කුලකය A හි සිද්ධි අවකාශය යයි කියමු.

නිපුණතා මට්ටම : 4.2 සම්භාවිතාව විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :
1. සම්භාවිතාවේ පෞරානික අර්ථ දැක්වීම සහ එහි සීමා ප්‍රකාශ කරයි.
2. සම්භාවිතාවේ ප්‍රත්‍යක්ෂ අර්ථ දැක්වීම ප්‍රකාශ කරයි.
3. සම්භාවිතයේ සංඛ්‍යා නාමය භාවිතය ප්‍රකාශ කරයි.
4. ප්‍රත්‍යක්ෂමය අර්ථ දැක්වීම භාවිතයෙන් ප්‍රමේයය සාධනය කරයි.
5. සම්භාවිතා පිළිබඳ ප්‍රත්‍යක්ෂ හා ප්‍රමේය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. නියදි අවකාශයක සියලු ම ප්‍රතිඵල සිදුවීම සමසේ භව්‍ය නම් සිද්ධියක සම්භාවිතාව පහත අනුපාතයට සමාන වේ.

<u>සලකන සිද්ධිය සිදු වූ සියලු ප්‍රතිඵල ගණන</u>
නියැදි අවකාශයේ මුළු ප්‍රතිඵල ගණන

කිසියම් E සිද්ධියක් h වාර ගණනක් සිදු වූයේ යයි ද නියදි අවකාශයේ මුළු සිද්ධි ගණන n ද නම් E සිද්ධිය සිදුවීමේ සම්භාවිතාවය

$$P(E) = \frac{h}{n}$$

$$P(E\text{නොවීම}) = \frac{n-h}{n} = \frac{n}{n} - \frac{h}{n} = 1 - P(E)$$

$$P(E) + P(E\text{නොවීම}) = 1$$

2. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක නියදි අවකාශය S යයි ගනිමු. සම්භාවිතාව P යනු තාත්ත්වික ශ්‍රිතයක් වන අතර එහි වසම S හි බල කුලකය වේ. එනම් $\mathrm{P}(\mathrm{S})$ හි පරාසය $[0,1]$ සංවෘත ප්‍රාන්තරය තුළ පිහිටයි.

එනම් $P : P(S) \to [0,1]$ ශ්‍රිතය පහත ප්‍රත්‍යක්ෂ තෘප්ත කරයි.

(i) ඕනෑම E සිද්ධියක් සඳහා, $P(E) \geq 0$

(ii) $P(S) = 1$

(iii) E සහ F යනු අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් නම්, $P(E \cup F) = P(E) + P(F)$

3. යම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් N වාරයක් එකම තත්ත්වයක් යටතේ පුනරාවර්තනය කිරීමේදී A සිද්ධිය nA වාරයක් සිදුවුණි නම් $\frac{nA}{N}$ ට A සිද්ධිය සිදුවූයේ සාපේක්ෂ සංඛ්‍යාතයයි කියනු ලැබේ. N අපරිමිත වන විට මෙය සීමාන්තක අගයකට එළඹේ. මෙම සීමාව A සිද්ධිය සිදුවූයේ සම්භාවිතාව ලෙස හැඳින්වේ. $N \geq nA \geq 0$ නම් $0 \leq P(A) \leq 1$

4. ප්‍රමේයය 1

$P(\phi) = 0$

$P(S \cup \phi) = P(S)$

S සහ ϕ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වේ.

එනම් $S \cup \phi = S$

$$P(S \cup \phi) = P(S)$$

$$P(S) + P(\phi) = P(S)$$

$$\therefore\ P(\phi) = 0$$

ප්‍රමේයය 2

ඕනෑම සිද්ධියක් E නම්

$P(E^1) = 1 - P(E)$

E සහ E^1 අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් වේ.

$P(E \cup E^1) = P(S)$

$P(E) + P(E^1) = P(S)$

$P(E) + P(E^1) = 1$

$$P(E^1) = 1 - P(E)$$

ප්‍රමේයය 3

A සහ B යනු සිද්ධි දෙකක් නම්

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^1)$$

$(A \cap B)$ සහ $(A \cap B^1)$ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකකි.

$$(A \cap B) \cup (A \cap B^1) = A$$

$$P\{(A \cap B) \cup (A \cap B^1)\} = P(A)$$

$$P(A \cap B) + P(A \cap B^1) = P(A)$$

ප්‍රමේයය 4

A සහ B යනු සිද්ධි දෙකක් නම්

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$(A \cap B^1)$ සහ B අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකකි.

$$(A \cap B^1) \cup B = A \cap B$$

$$P[A \cap B^1] + P(B) = P(A \cap B)$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B^1)$$

(1) හා (2) න් $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5. ඉහත ප්‍රත්‍යක්ෂ සහ සම්භාවිතා නීති යොදා ගනිමින් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරවන්න.

නිපුණතාව : **6.0 ගණිතමය ගැටලු විසඳීමට සංකරණ සහ සංයෝජන භාවිත කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම : 6.1 ගණිතමය ගැටලු විසඳීමේ ශිල්පීය ක්‍රමයක් ලෙස සංකරණ භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :
1. ගණන් කිරීම පිළිබඳ මූලික මුලධර්මය පැහැදිලි කරයි, ක්‍රමාරෝපිත අර්ථ දක්වයි, ක්‍රමාරෝපිත සඳහා සහානුයාත සම්බන්ධය ප්‍රකාශ කරයි.
2. සංකරණ අර්ථ දක්වයි. සූත්‍රය ලබා ගනියි.
3. වෙනස් ද්‍රව්‍ය n සඳහා සංකරණ සොයයි

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. ක්‍රමාරෝපිත n හි අර්ථ දැක්වීම :
   මෙහි n යනු ඍණ නොවන නිඛිලයකි.
   සාමාන්‍ය ආකාරය $0!=1$ $n!=1\times 2\times 3\times ....\times n, n\geq 1$ සඳහා
   සහානුයාත ආකාරය $\mathrm{F}(0)=1$, $\mathrm{F}(n)=n\,\mathrm{F}(n-1)$
2. ගණන් කිරීම පිළිබඳ මූලික මූලධර්මය :
   එක් ක්‍රියාවලියක් වෙනස් ආකාර m ගණනකින් සිදු කළ හැකි නම් සහ දෙවැනි ක්‍රියාවලියක් පළමු ක්‍රියාවලියේ සියලු ම ආකාර සඳහා වෙනස් ආකාර n ගණනකින් සිදු කළ හැකි නම් ක්‍රියාවලි දෙකෙහි අනුක්‍රමය වෙනස් ආකාර $m\times n$ ගණනකින් සිදු කළ හැකි වේ.

3. වෙනස් වස්තු n ගණනක් අතුරින් එකවර සියල්ල ගත් විට සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන ${}^{n}\mathrm{P}_{n}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න. ${}^{n}\mathrm{P}_{n}=n!$ ලබා ගන්න. මෙහි n යනු ධන නිඛිලයකි.

4 වෙනස් වස්තු ගණනකින් එක වර $r\ (0\leq r\leq n)$ ගණනක් ගෙන සෑදිය හැකි සංකරණ ගණන ${}^{n}\mathrm{P}_{r}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න. ${}^{n}\mathrm{P}_{r}=\dfrac{n!}{(n-r)!}$ ලබා ගන්න.

5. වෙනස් ද්‍රව්‍ය n සඳහා වරකට r බැගින් ගෙන සහ සෑම ද්‍රව්‍යයක්ම පුනරාවර්තනය වීමට හැකිවිට පිළියෙල කළ හැකි ආකාර ගණන n^{r} බව පෙන්වන්න.

6. n වස්තු ගණනකින් එකම වර්ගයෙන් වස්තු r ගණනක් සහ ඉතිරි වස්තු සියල්ල වෙනස් වන සංකරණ ගණන $\dfrac{n!}{r!}$ බව පෙන්වන්න. චක්‍රීය සංකරණ පැහැදිලි කරන්න.

වෘත්තයක් වටා එකිනෙක වෙනස් වස්තු n ගණනක් පිළියෙල කිරීමේදී ලැබෙන සංකරණ ගණන $(n-r)!$බව පෙන්වන්න. මෙහි $n\geq 1$ වේ.

නිපුණතා මට්ටම : 6.2 ගණිතමය ගැටලු විසඳීමේ ශිල්පීය ක්‍රමයක් ලෙස සංයෝජන භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 14

ඉගෙනුම් පල :
1. සංයෝජන අර්ථ දක්වයි.
2. සංකරණ හා සංයෝජන අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.
3. $^{n}C_{r}$ අංකනය අර්ථ දක්වයි.
4. සඳහා සූත්‍රය ලබා ගනියි
5. හි ගුණ ලියයි
6. එකිනෙකට වෙනස් ද්‍රව්‍ය ඇසුරින් ගෙන සෑදිය හැකි සංයෝජන ගණන සොයයි
7. ගසියල්ල එකිනෙකට වෙනස් නොවන ද්‍රව්‍ය ඇසුරින් ගෙන සෑදිය හැකි සංයෝජන ගණන සොයයි.
8. සංයෝජන ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීම සඳහා සූත්‍රය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක්:

1. $^{n}\mathrm{C}_{r}$ අර්ථ දක්වන්න. $^{n}\mathrm{C}_{r}$ සූත්‍රය ලබා ගන්න.

$$^{n}\mathrm{C}_{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

2. වස්තූන් n ගණනකින් වරකට r බැගින් ගෙන සෑදිය හැකි සංයෝජන ගණන $^{n}\mathrm{C}_{r}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
3. සංකරතා සහ සංයෝජන අතර වෙනස පැහැදිලි කරන්න.
සංකරණවල දී පිළිවෙළ වැදගත් බව ද නමුත් සංයෝජනවලදී පිළිවෙළ වැදගත් නොවන බව ද (නොසලකා හරයි) (උදාහරණ සහිත ව) පැහැදිලි කරන්න.
එකිනෙක වෙනස් වස්තූන් n ගණනකින් එකවර ඕනෑ ම වස්තූන් ගණනක් ගෙන සෑදිය හැකි මුළු සංයෝජන ගණන $2^{n}-1$ බව පෙන්වන්න.
4. සංකරණ සහ සංයෝජන ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
5. $^{n}\mathrm{C}_{r}$ හි ගුණ ලියන්න.

(i) $^{n}\mathrm{C}_{0}={}^{n}\mathrm{C}_{n}=1$ (ii) $^{n}\mathrm{C}_{r}={}^{n}\mathrm{C}_{n-r}$

(iii) $^{n}\mathrm{C}_{r}+{}^{n}\mathrm{C}_{n-r}={}^{n+1}\mathrm{C}_{r}$ බව පෙන්වන්න.

6. එකිනෙකට වෙනස් වස්තු n ගණනකින් ඕනෑ ම වස්තු ගණනක් ගැනීම $2^{n}-1$ බව පෙන්වා දෙන්න.
7. වෙනස් වස්තු n ගණනකින් වරකට $r(0<r\leq n)$ බැගින් ගෙන පිළියෙල කළ හැකි සංයෝජන ගණන සෙවීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.
8. සංකරණ සහ සංයෝජන ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

පාසල් පාදක තක්සේරුව

පාසල පදනම් කරගත් තක්සේරුකරණය - හැඳින්වීම

ඉගෙනුම- ඉගැන්වීම සහ ඇගයීම අධ්‍යාපන ක්‍රියාවලියේ වැදගත් සංරචක තුනක් බවත් ඉගෙනුමෙහි සහ ඉගැන්වීමෙහි ප්‍රගතිය දැනගැනීම පිණිස ඇගයීම යොදා ගතයුතු බවත් සෑම ගුරුවරයකු විසින් ම දත යුතු පැහැදිලි කරුණකි. ඒවා අනොන්‍ය බලපෑමෙන් යුතු ව ක්‍රියා කරන බවත් එසේ ම එකිනෙකෙහි සංවර්ධනය කෙරෙහි එම සංරචක බලපාන බවත් ගුරුවරු දනිති. සන්තතික (නිරන්තරයෙන් සිදුවන) ඇගයීම් මූලධර්ම අනුව ඇගයීම සිදුවිය යුත්තේ ඉගෙනීම හා ඉගැන්වීම කෙරෙන අතරතුර දීය. මෙය ඉගෙනුම්- ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය අරම්භයේ දී හෝ මැද දී හෝ අග දී හෝ යන ඕනෑම අවස්ථාවක දී සිදුවිය හැකි බව තේරුම් ගැනීම ගුරුවරයකුට අවශ්‍ය ය. එලෙස තම සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ප්‍රගතිය ඇගයීමට අපේක්ෂා කරන ගුරුවරයකු ඉගෙනුම ඉගැන්වීම සහ ඇගයිම පිළිබඳ සංවිධානාත්මක සැලැස්මක් යොදාගත යුතුවෙයි.

පාසල පදනම් කරගත් ඇගයීම් වැඩපිළිවෙළ හුදු විභාග ක්‍රමයක් හෝ පරීක්ෂණ පැවැත්වීමක් හෝ නොවේ. එය හඳුන්වනු ලබන්නේ සිසුන්ගේ ඉගෙනීමත්, ගුරුවරුන්ගේ ඉගැන්වීමත් වැඩි දියුණු කිරීම සඳහා යොදාගනු ලබන මැදිහත් වීමක් වශයෙනි. මෙය සිසුන්ට සමීප ව සිටිමින් ඔවුන්ගේ ප්‍රබලතා සහ දුබලතා හඳුනාගෙන ඒවාට පිළියම් යොදමින් සිසුන්ගේ උපරිම වර්ධනය ළඟා කර ගැනීමට යොදාගත හැකි වැඩපිළිවෙලකි.

ඉගෙනුම් - ඉගැන්වීම් ක්‍රියාකාරකම් තුළින් අනාවරණ ක්‍රියාවලියකට සිසුන් යොමු කෙරෙන අතර, ගුරුවරයා සිසුන් අතර ගැවසෙමින් ඔවුන් ඉටුකරන කාර්ය නිරීක්ෂණය කරමින් මාර්ගෝපදේශකත්වය සපයමින් කටයුතු කිරිම පාසල් පදනම් කරගත් ඇගයීම් වැඩපිළිවෙළ ක්‍රියාත්මක කිරීමේ දී අපේක්ෂා කෙරේ. මෙහි දී ශිෂ්‍යයා නිරතුරු ව ඇගයීමට ලක්විය යුතු අතර, ශිෂ්‍ය හැකියා සංවර්ධනය අපේක්ෂිත අන්දමින් සිදුවන්නේ දැයි ගුරුවරයා විසින් තහවුරු කරනු ලැබිය යුතු වෙයි.

ඉගෙනීම සහ ඉගැන්වීම මගින් සිදුවිය යුත්තේ සිසුන්ට නිසි අත්දැකීම් ලබා දෙමින් ඒවා සිසුන් විසින් නිසි පරිදි අත්පත් කර ගෙන තිබේ දැයි තහවුරු කර ගැනීම ය. ඒ සඳහා නිසි මාර්ගෝපදේශය සැපයීම ය. ඇගයීමේ (තක්සේරු කිරීමේ) යෙදී සිටින ගුරුවරුන්ට තම සිසුන් සඳහා දෙයාකාරයක මාර්ගෝපදේශකත්වය ලබා දිය හැකි ය. එම මාර්ගෝපදේශ පොදුවේ හඳුන්වන්නේ ප්‍රති පෝෂණය (Feed Back) හා ඉදිරි පෝෂණය (Feed Forward) යනුවෙනි. සිසුන්ගේ දුබලතා හා නොහැකියා අනාවරණය කරගත් විට ඔවුන්ගේ ඉගෙනුම් ගැටලු මගහරවා ගැනීමට ප්‍රතිපෝෂණයත් සිසු හැකියා සහ ප්‍රබලතා හඳුනා ගත් විට දක්ෂතා වැඩි දියුණු කිරිමට ඉදිරි පෝෂණයත් ලබා දීම ගුරු කාර්යය වෙයි.

ඉගෙනුම්- ඉගැන්නුම් ක්‍රියාවලියේ සාර්ථකත්වය සඳහා පාඨමාලාවේ අරමුණු අතරෙන් කවර අරමුණු කවර මට්ටමින් සාක්ෂාත් කළ හැකි වූයේ දැයි හඳුනා ගැනීම සිසුන්ට අවශ්‍ය වෙයි. ඇගයීම් වැඩපිළිවෙල ඔස්සේ සිසුන් ළඟා කර ගත් ප්‍රවීණතා මට්ටම් නිශ්චය කිරීම මේ අනුව ගුරුවරුන්ගෙන් බලාපොරොත්තු වන අතර සිසුන් හා දෙමව්පියන් ඇතුළු වෙනත් අදාළ පාර්ශවවලට

සිසු ප්‍රගතිය පිළිබඳ තොරතුරු සන්නිවේදනය කිරීමට ගුරුවරුන් යොමුවිය යුතු ය. මේ සඳහා යොදාගත හැකි හොඳම ක්‍රමය වන්නේ සන්තතිකව සිසුන් ඇගයීමට පාත්‍ර කිරීමට ඉඩ ප්‍රස්ථා සලසන පාසල පදනම් කරගත් ඇගයීම් ක්‍රමයයි.

යථෝක්ත අරමුණ සහිතව ක්‍රියා කරන ගුරුවරුන් විසින් තම ඉගැන්නුම් ක්‍රියාවලියත් සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ක්‍රියාවලියත් වඩාත් කාර්යක්ෂම කිරීම පිණිස වඩා හොඳ කාර්යක්ෂමතාවෙන් යුක්ත ඉගෙනුම්, ඉගැන්නුම් සහ ඇගයීම් ක්‍රම යොදා ගත යුතු වෙයි. මේ සම්බන්ධයෙන් සිසුන්ට සහ ගුරුවරුන්ට යොදා ගත හැකි ප්‍රවේශ පිළිබඳ ප්‍රභේද කිහිපයක් මතු දැක්වෙයි. මේවා බොහෝ කලක සිට ගුරුවරුන් වෙත විභාග දෙපාර්තමේන්තුව විසින් ද ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය විසින් ද තොරතුරු සම්පාදනය කරන ලද ක්‍රමවේද වෙයි. එහෙයින් ඒවා සම්බන්ධයෙන් පාසල් පද්ධතියේ ගුරුවරුන් හොඳින් දැනුවත් වී ඇතැයි අපේක්ෂා කෙරේ. එම ප්‍රභේද මෙසේය.

01.	පැවරුම්	02.	ව්‍යාපෘති
03.	සමීක්ෂණ	04.	ගවේෂණ
05.	නිරීක්ෂණ	06.	ප්‍රදර්ශන /ඉදිරිපත් කිරීම
07.	ක්ෂේත්‍ර චාරිකා	08.	කෙටි ලිඛිත පරීක්ෂණ
09.	ව්‍යුහගත රචනා	10.	විවෘත ග්‍රන්ථ පරීක්ෂණ
11.	නිර්මාණාත්මක ක්‍රියාකාරකම්	12.	ශ්‍රවණ පරීක්ෂණ
13.	ප්‍රායෝගික ක්‍රියාකාරකම්	14.	කථනය
15.	ස්ව නිර්මාණ	16.	කණ්ඩායම් ක්‍රියාකාරකම්
17.	සංකල්ප සිතියම්	18.	ද්විත්ව සටහන් ජර්නල
19.	බිත්ති පුවත්පත	20.	ප්‍රශ්න විචාරාත්මක වැඩ සටහන්
21.	ප්‍රශ්න හා පිළිතුරු පොත්	22.	විවාද
23.	සාකච්ඡා මණ්ඩල	24.	සම්මන්ත්‍රණ
25.	ක්ෂණික කථා	26.	භූමිකා රංගන

හඳුන්වා දී ඇති මෙම ඉගෙනුම්, ඉගැන්නුම් සහ ඇගයීම් ක්‍රම සෑම එකක් ම සෑම විෂයයක් සම්බන්ධයෙන් සෑම විෂයය ඒකකයකට ම යොදා ගත යුතු යැයි අපේක්ෂා නොකෙරෙයි. තම විෂයයට, විෂය ඒකකයට ගැළපෙන ප්‍රභේදයක් තෝරා ගැනීමට ගුරුවරුන් දැනුවත් විය යුතුය; වග බලා ගත යුතුය.

මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශ සංග්‍රහවල ගුරුවරුන්ට තම සිසුන්ගේ ඉගෙනුම් ප්‍රගතිය තක්සේරු කිරීම සඳහා යොදාගත හැකි ඉගෙනුම් - ඉගැන්නුම් හා ඇගයීම් ප්‍රභේද පිළිබඳ සඳහනක් තිබේ. ඒවා ගුරුවරුන් විසින් සුදුසු පරිදි තම පන්තියේ සිසුන්ගේ ප්‍රගතිය තක්සේරු කිරීම පිණිස යොදාගත යුතු වෙයි. ඒවා භාවිත නොකොට මග හැරීම සිසුන්ට තම ශාස්ත්‍රීය හැකියා මෙන්ම ආවේදනික ගති ලක්ෂණත් මනෝචාලක දක්ෂතාත් පිළිබඳ වර්ධනයක් ළඟා කර ගැනීමත් ප්‍රදර්ශනය කිරීමත් පිළිබඳ අඩුපාඩු ඇති කරවයි.

විමර්ශන

Bstock, L. and Chandler, J.(1993). *Pure Mathematics I* ,Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bstock, L. and Chandler, J.(1993). *Pure Mathematics II,* Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Crawshaw..j and chambers.J, .(2002). *Advanced Level Statistics* Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

Bostock, L. and Chandler, J.(1993). *Applied Mathematics II,* Stanley Thrones (Publishers) Ltd.

ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව මඟින් පහත දැක්වෙන සම්පත් පොත් මුද්‍රණය කර බෙදා හැර ඇත.

සංකරණ හා සංයෝජන

වර්ගජ ශ්‍රිත සහ වර්ගජ සමීකරණ

බහු පද ශ්‍රිත සහ පරිමේය සංඛ්‍යා

තාත්වික සංඛ්‍යාසහ ශ්‍රිත

අසමානතා

ස්ථිතිකය

ව්‍යුත්පන්නයේ භාවිත

සරල රේඛාව

ව්‍යුත්පන්නය