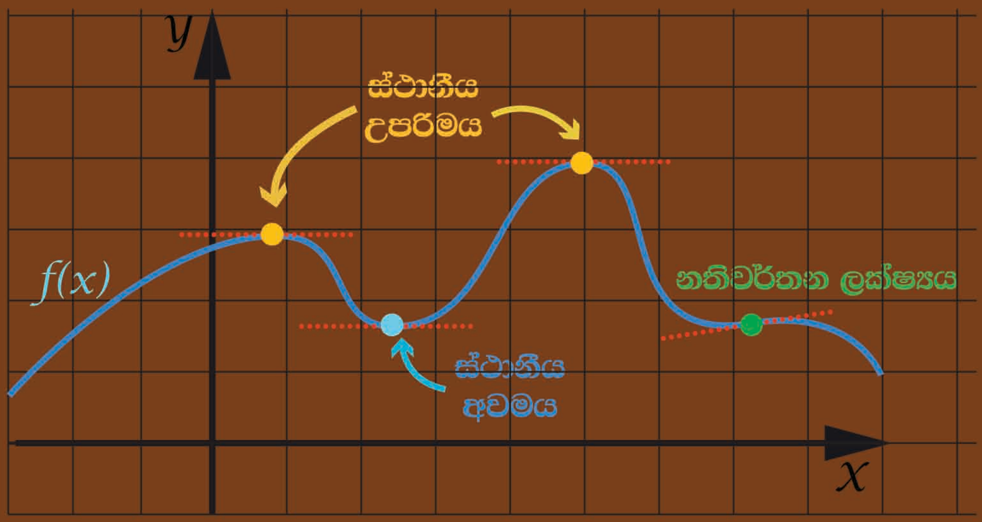
සංයුක්ත ගණිතය

12 ශ්‍රේණිය

ගුරු මාර්ගෝපදේශය

(2017 සිට ක්‍රියාත්මක වේ).



ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම
ශ්‍රී ලංකාව

මුද්‍රණය හා බෙදාහැරීම : අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සංයුක්ත ගණිතය

ගුරු මාර්ගෝපදේශය
12 ශ්‍රේණිය

(2017 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වේ)

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
ශ්‍රී ලංකාව
www.nie.lk

සංයුක්ත ගණිතය
12 ශ්‍රේණිය - ගුරු මාර්ගෝපදේශය

ප්‍රථම මුද්‍රණය 2017

ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

මුද්‍රණය :
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
ඉසුරුපාය
බත්තරමුල්ල

අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්තුමියගේ පණිවිඩය

ජාතික අධ්‍යාපන කොමිෂන් සභාව විසින් නිර්දේශිත ජාතික අධ්‍යාපන අරමුණු සාක්ෂාත් කර ගැනීම සහ පොදු නිපුණතා සංවර්ධනය කිරීමේ මූලික අරමුණ සහිත ව එවකට පැවති අන්තර්ගතය පදනම් වූ විෂයමාලාව නවීකරණයට භාජනය කොට වර්ෂ අටකින් යුතු චක්‍රයකින් සමන්විත නව නිපුණතා පාදක විෂයමාලාවෙහි පළමුවන අදියර, වර්ෂ 2007දී ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය විසින් ශ්‍රී ලංකාවේ ප්‍රාථමික හා ද්විතීයික අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රයට හඳුන්වා දෙන ලදී.

පර්යේෂණවලින් අනාවරණය වූ කරුණු අනුව අධ්‍යාපනය පිළිබඳ ව විවිධ පාර්ශව ඉදිරිපත් කළ යෝජනා ද පදනම් කොට ගෙන සිදු කරන ලද විෂයමාලා තාර්කීකරණය කිරීමේ ක්‍රියාවලියක ප්‍රතිඵලයක් ලෙස විෂයමාලා චක්‍රයේ දෙවැනි අදියර අධ්‍යාපන ක්ෂේත්‍රයට හඳුන්වා දීම 2015 වසරේ සිට ආරම්භ කර ඇත.

මෙම තාර්කීකරණ ක්‍රියාවලියේ දී සියලු ම විෂයවල නිපුණතා පදනම් මට්ටමේ සිට උසස් මට්ටම දක්වා ක්‍රමානුකූල ව ගොඩ නැඟීම සඳහා පහළ සිට ඉහළට ගමන් කරන සිරස් සංකලනය භාවිත කර ඇති අතර විවිධ විෂයයන්හි දී එක ම විෂය කරුණු නැවත නැවත ඉදිරිපත් වීම හැකිතාක් අවම කිරීම, විෂය අන්තර්ගතය සීමා කිරීම සහ ක්‍රියාත්මක කළ හැකි ශිෂ්‍ය මිතුරු විෂයමාලාවක් සැකසීම සඳහා තිරස් සංකලනය ද භාවිත කර ඇත.

ගුරු භවතුන්ට පාඩම් සැලසුම් කිරීම ද ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියෙහි සාර්ථකව නිරත වීම ද පන්ති කාමර මිනුම් හා ඇගයීම් ප්‍රයෝජනවත් පරිදි යොදා ගැනීම සඳහා අවශ්‍ය වන මාර්ගෝපදේශ ලබා දීමේ අරමුණින් නව ගුරු මාර්ගෝපදේශ හඳුන්වා දී ඇත. පන්ති කාමරය තුළ දී වඩාත් ඵලදායි ගුරුවරයෙකු ලෙස කටයුතු කිරීමට මෙම මාර්ගෝපදේශ උපකාරී වනු ඇත. සිසුන්ගේ නිපුණතා වර්ධනය කිරීම සඳහා ගුණාත්මක යෙදවුම් හා ක්‍රියාකාරකම් තෝරා ගැනීමට ගුරුවරුන්ට අවශ්‍ය නිදහස මෙමඟින් ලබා දී තිබේ. එමෙන් ම නිර්දේශිත පාඨ ග්‍රන්ථවල ඇතුළත් වන විෂය කරුණු පිළිබඳ ව වැඩි බර තැබීමක් මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශවල අන්තර්ගත නොවේ. එම නිසා මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය වඩාත් ඵලදායි වීමට නම් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින් සකසා ඇති අදාළ පාඨ ග්‍රන්ථ සමඟ සමගාමී ව භාවිත කිරීම අත්‍යවශ්‍ය වේ.

තාර්කීකරණය කරන ලද විෂය නිර්දේශ, නව ගුරු මාර්ගෝපදේශ හා නව පාඨ ග්‍රන්ථවල මූලික අරමුණු වන්නේ ගුරු කේන්ද්‍රීය අධ්‍යාපන රටාවෙන් මිදී ශිෂ්‍ය කේන්ද්‍රීය අධ්‍යාපන රටාවක් හා වඩාත් ක්‍රියාකාරකම් මත පදනම් වූ අධ්‍යාපන රටාවකට එළඹීම මඟින් වැඩ ලෝකයට අවශ්‍ය වන්නා වූ නිපුණතා හා කුසලතාවලින් යුක්ත මානව සම්පතක් බවට ශිෂ්‍ය ප්‍රජාව සංවර්ධනය කිරීමයි.

නව විෂය නිර්දේශ සහ ගුරු මාර්ගෝපදේශ සම්පාදනය කිරීමේ දී ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනයේ ශාස්ත්‍රීය කටයුතු මණ්ඩලයේ ද, ආයතන සභාවේ ද, රචනයේ දී දායකත්වය ලබා දුන් සියලු ම සම්පත්දායකයින් හා වෙනත් පාර්ශවයන්ගේ ද ඉමහත් කැපවීම ඇගයීමට ද මෙය අවස්ථාවක් කර ගනු කැමැත්තෙමි.

ආචාර්ය ජයන්ති ගුණසේකර
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
මහරගම

නියෝජ්‍ය අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්තුමාගේ පණිවිඩය

අතීතයේ සිට ම අධ්‍යාපනය නිරන්තරයෙන් වෙනස් වීම්වලට භාජනය වෙමින් ඉදිරියට ගමන් කරමින් තිබුණි. මෑත යුගයේ මෙම වෙනස් වීම ශීඝ්‍ර ලෙස සිදුවෙමින් පවතී. ඉගෙනුම් ක්‍රමවේදවල මෙන් ම තාක්ෂණික මෙවලම් භාවිතය අතින් හා දැනුම උත්පාදනය සම්බන්ධයෙන් ද ගත වූ දශක දෙක තුළ විශාල පිබිදීමක් දක්නට ලැබුණි. මේ අනුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය ද 2015ට අදාළ අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණ සඳහා අප්‍රමාද ව සුදුසු පියවර ගනිමින් සිටී. ගෝලීය ව සිදු වන වෙනස්කම් ගැන හොඳින් අධ්‍යයනය කර දේශීය අවශ්‍යතා අනුව අනුවර්තනයට ලක් කර ශිෂ්‍ය කේන්ද්‍රීය ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ප්‍රවේශය පාදක කර ගනිමින් නව විෂයමාලාව සැලසුම් කර පාසල් පද්ධතියේ නියමුවන් ලෙස සේවය කරන ගුරු භවතුන් වන ඔබ වෙත මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය පුද කරන්නේ ඉතා සතුටිනි.

මෙවැනි නව මග පෙන්වීමේ උපදේශන සංග්‍රහයක් ඔබ වෙත ලබා දෙන්නේ ඒ මගින් ඔබට වඩා හොඳ දායකත්වයක් ලබා දිය හැකි වේ ය යන විශ්වාසය නිසා ය.

මෙම උපදේශන සංග්‍රහය පන්ති කාමර ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියේ දී ඔබට මහඟු අත්වැලක් වනවාට කිසි ම සැකයක් නැත. එසේ ම මෙය ද උපයෝගි කර ගනිමින් කාලීන සම්පත් ද්‍රව්‍ය භාවිතයෙන් වඩාත් සංවර්ධනාත්මක ප්‍රවේශයක් ඔස්සේ පන්ති කාමරය හසුරුවා ගැනීමට ඔබට නිදහස ඇත.

ඔබ වෙත ලබා දෙන මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය මැනවින් අධ්‍යයනය කර වඩා නිර්මාණශීලි දරු පරපුරක් බිහි කර ශ්‍රී ලංකාව ආර්ථික හා සමාජීය අතින් ඉදිරියට ගෙන යාමට කැපවීමෙන් යුතුව කටයුතු කරනු ඇතැයි මම විශ්වාස කරමි.

මෙම ගුරු මාර්ගෝපදේශය නිර්මාණය වුයේ මෙම විෂය ක්ෂේත්‍රයට අදාළ ගුරු භවතුන් හා සම්පත් පුද්ගලයින් රැසකගේ නොපසුබට උත්සාහය හා කැපවීම නිසා ය.

අධ්‍යාපන පද්ධතියේ සංවර්ධනය උදෙසා නිම වූ මෙම කාර්යය ඉතාමත් උසස් ලෙස අගය කරන අතර මේ සඳහා කැපවී ක්‍රියා කළ ඔබ සැමට මගේ ගෞරවාන්විත ස්තුතිය පිරි නමමි.

එම්.එෆ්.එස්.පී. ජයවර්ධන
නියෝජ්‍ය අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
(විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය)

අනුමතිය : ශාස්ත්‍රීය කටයුතු මණ්ඩලය,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

උපදේශකත්වය : ආචාර්ය ටී.ඒ.ආර්.ජේ. ගුණසේකර මිය
අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

එම්.එෆ්.එස්.පී. ජයවර්ධන මයා
නියෝජ්‍ය අධ්‍යක්ෂ ජනරාල්
(විද්‍යා හා තාක්ෂණ පීඨය)
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය

අධීක්ෂණය : කේ. රංජිත් පත්මසිරි මයා,
අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව,
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

විෂය සම්බන්ධීකරණය : එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා
ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

කේ. කේ. වජීමා එස්. කංකානම්ගේ මෙනවිය
සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව
ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.

විෂයමාලා කමිටුව :

ආචාර්ය යූ. මාම්පිටිය	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය.
ආචාර්ය ඒ. ඒ. එස්. පෙරේරා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය.
මහාචාර්ය එස්. ශ්‍රීසත්කුණරාජා මයා	පීඨාධිපති, යාපනය විශ්වවිද්‍යාලය.
සරත් කුමාර මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය.
කේ. රංජිත් පත්මසිරි මයා,	අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා	ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ජේ. ජනක මයා	සහකාර අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
කේ. විග්නේශ්වරන් මයා	ගුරු සේවය, විවේකානන්ද විද්‍යාලය, කොළඹ 12.

බී. ඒ. ඩී. විතානගේ මිය	ගුරු සේවය, සිරිමාවෝ බණ්ඩාරනායක විද්‍යාලය, කොළඹ 07.

සම්පත් දායකත්වය:

ජී. පී. එච්. ජගත් කුමාර මයා	ජ්‍යෝෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ජී.එල්. කරුණාරත්න මයා	ජ්‍යෝෂ්ඨ අධ්‍යාපනඥ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
එම්. නිල්මිණි පී. පීරිස් මිය	ජ්‍යෝෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
සී. සුදේශන් මයා	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
ප. විජායිකුමාර් මයා	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
කේ.කේ. වජීමා එස්. කංකානම්ගේ මෙය	සහකාර කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
එම්. ජී. ඩී. අනුරුද්ධිකා සිරිවර්ධන මිය	කථිකාචාර්ය, අධ්‍යාපන පීඨය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය.

සමායෝජක මණ්ඩලය :

ආචාර්ය ඒ. ඒ. එස්. පෙරේරා	ජ්‍යෝෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, පේරාදෙණිය විශ්වවිද්‍යාලය.
ආචාර්ය ජේ. ඩබ්ලිව්. ධර්මදාස මයා	විශ්‍රාමික ජ්‍යෝෂ්ඨ කථිකාචාර්ය
ආචාර්ය ඩී. කේ. මල්ලවආරච්චි මයා	ජ්‍යෝෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය.
එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා	ජ්‍යෝෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය.
භාෂා සංස්කරණය :	එච්. පී. සුසිල් සිරිසේන මයා, කථිකාචාර්ය, හාපිටිගම් ජාතික අධ්‍යාපන විද්‍යාපීඨය.
පරිගණක වදන් සැකසීම :	මොනිකා විජේකෝන් මිය, කළමනාකරණ සහකාරII කේ. නෙලිකා සේනානි මිය, කාර්මික සහකාර I
විවිධ සහාය :	එස්. හෙට්ටිආරච්චි, කළමනාකරණ සහකාර I ආර්. එම්. රූපසිංහ, කාර්යාල සහායක

ගුරු මාර්ගෝපදේශය පරිශීලනය සඳහා උපදෙස්

වර්ෂ 2015 දී හඳුන්වා දුන් ද්විතීයික අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණවලට අදාළ ව වර්ෂ 2017 දී උසස් පෙළ සඳහා නව අධ්‍යාපන ප්‍රතිසංස්කරණ හඳුන්වා දීම කළ යුතු ව ඇත. ඒ අනුව උසස් පෙළ සංයුක්ත ගණිතය විෂය යටතේ 12 ශ්‍රේණිය සඳහා නව ප්‍රතිසංස්කරණ හඳුන්වා දෙනු ලැබේ.

12 ශ්‍රේණියේ නව සංයුක්ත ගණිත ගුරු මාර්ගෝපදේශ ව්‍යූහය පහත පරිදි සකස් කර ඇත. එක් නිපුණතාවක් යටතේ නිපුණතා මට්ටම් කිහිපයක් ඇත. එක් එක් නිපුණතා මට්ටම යටතේ කාලච්ඡේද ගණන, ඉගෙනුම් පල සහ ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් ඉදිරිපත් කර ඇත. විශේෂයෙන් ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලියට අත්වැලක් යටතේ යෝජිත විෂය කරුණු පැහැදිලි කිරීම සහ ඉගැන්වීමට අවශ්‍ය මග පෙන්වීම ගුරුවරයාට පාඩම සංවිධානය කර ගැනීමට උපකාරී වනු ඇතැයි අපි අපේක්ෂා කරමු. තව ද අර්ථ දැක්වීම් සහ නිරූපණ ද නිවැරදි සංකල්ප සිසුන්ට ලබා දීම සඳහා ගුරුවරයාට උපකාරී වේ. 12 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය නිර්දේශය වාර තුනකට බෙදා ගුරු මාර්ගෝපදේශය සකස් කර ඇත.

පාඩම් අනුක්‍රමය සකස් කිරීමේ දී සිසුන්ගේ ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් පහසුව සහ ගුරුවරයාට ඉගැන්වීම සංවිධානයට පහසුව සැලසීම සඳහාත් ගණිත සංකල්පවල තිරස් හා සිරස් සමෝධානය සැලකිල්ලට ගෙන පාඩම් අනුක්‍රමය සකස් කර ඇත.

එවිට විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් නිපුණතා අනුපිළිවෙළ සහ ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ සඳහන් ඉගෙනුම් අනුක්‍රමය සමාන නොවේ. එබැවින් ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ සඳහන් පාඩම් අනුක්‍රමයට අනුකූල ව පාඩම් සංවිධානය කර ක්‍රියාත්මක කිරීමට මෙයින් උපදෙස් ලබා දී ඇත.

යෝජිත ඉගෙනුම් පල සාක්ෂාත් කර ගැනීම සඳහා යෝජිත අත්වැලට අමතර ව ගුරුවරයා අවශ්‍ය අමතර විෂය කරුණු පිළිබඳ ව අවධානය යොමු කිරීම ඉතා වැදගත් වේ. තව ද අමතර සම්පත් ග්‍රන්ථ ඇසුරින් ඉගෙනුම් ඉගැන්වීම් සාක්ෂාත් කිරීම ගුරුවරයා විසින් සිදු කළ යුතු ව ඇත. 12 ශ්‍රේණියේ විෂය නිර්දේශයට අදාළ ව ඉගෙනීමට 12 ශ්‍රේණියට පිවිසෙන දරුවාගේ ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ අවබෝධය කෙරෙහි ගුරුවරයාගේ විශේෂ අවධානය යොමු කළ යුතු ව ඇත. කුමක් නිසා ද 11 ශ්‍රේණියේ ගණිතය විෂයමාලාව සකස් කර ඇත්තේ විවිධ වූ පැතිකඩ ගැන අවධානය යොමු කොට නිසා අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර සාමාන්‍ය පෙළ සමත් සුළු සිසුන් පිරිසක් පමණක් සංයුක්ත ගණිතය හැදෑරීම සඳහා උසස් පෙළට පැමිණෙන බැවිනි. එබැවින් 11 ශ්‍රේණියේ ගණිතය විෂය සීමා සහ 12 ශ්‍රේණියේ සංයුක්ත ගණිතය ඉගෙනීමට අවශ්‍ය ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ ව දැනුම අතර සුළු වෙනස්කම් පැවතීමට ඉඩ ඇත. ඒ සඳහා අමතර ව ගුරුවරයාගේ අවධානය යොමු කළ යුතු ගණිත සංකල්ප පිළිබඳ ව විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් ව ඇත. එම අමතර ගණිත සංකල්ප සිසුන් තුළ සාධනය සඳහා අවශ්‍ය මග පෙන්වීමට සකස් කළ ''**ගණිතය පදනම් පාඨමාලාව**'' සම්පත් ග්‍රන්ථය භාවිත කළ හැකි ය. එසේ නැතිනම් විෂය නිර්දේශයේ සඳහන් අමතර විෂය කරුණු සඳහා ගුරුවරයා විසින් සකස් කර ගනු ලබන ක්‍රියාකාරකම් භාවිත කළ යුතු වේ.

12 ශ්‍රේණියේ සම්පූර්ණ විෂය නිර්දේශය ආවරණය සඳහා කාලච්ඡේද 600ක් සඳහා ගුරු මාර්ගෝපදේශයේ මඟ පෙන්වා ඇත. එම යෝජිත කාලච්ඡේද ගුරු-සිසු අවශ්‍යතා අනුව වෙස් කර ගැනීමටත් සහ අදාළ පාඩම් ගුරුවරයාට පහසු පරිදි සකස් කර ගැනීමටත් ගුරුවරයාට නිදහස ඇත. එමෙන් ම පාසල පාදක කරගත් ඇගයීම් ක්‍රියාවලියක් යටතේ ශිෂ්‍ය සාධනය තක්සේරු කිරීමට ද නිදහස ඇත.

මේ ආකාරයේ සුවිශේෂ වූ අංග රැසකින් සමන්විත නව ගුරු මාර්ගෝපදේශයෙහි යෝජිත පාඩම් සැලසුම් පන්ති කාමරයේ හා සිසුන්ගේ ස්වභාවය අනුව යම් යම් සංශෝධනවලට ලක් කිරීමේ හැකියාව ගුරුවරයාට ලැබී ඇත.

ඔබ විසින් සංශෝධනයට ලක් කරන හෝ නිර්මාණය කරනු ලබන පාඩම්, අධ්‍යක්ෂ, ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය, මහරගම යන ලිපිනයට ලැබෙන්නට සලස්වන්නේ නම් කෘතඥ වන අතර, නව නිර්මාණ පිළිබඳ ව සමස්ත පාසල් පද්ධතිය දැනුම්වත් කිරීම සඳහා ක්‍රමවේදයක් සැලසුම් කිරීමට ගණිත දෙපාර්තමේන්තුව සූදානම් ව සිටියි.

එස්. රාජේන්ද්‍රම් මයා
ව්‍යාපෘති නායක
12 - 13 ශ්‍රේණි - ගණිතය

පටුන

පළමුවන වාරය

සංයුක්ත ගණිතය I

නිපුණතාව 1 : **තාත්ත්වික සංඛ්‍යා පද්ධතිය විශ්ලේෂණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 1.1 : තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලකය වර්ගීකරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල : 1. තාත්ත්වික සංඛ්‍යා පද්ධතියේ විකාශය පැහැදිලි කරයි.

2. සංඛ්‍යා කුලක සඳහා අංකන හඳුන්වයි.

3. තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ජ්‍යාමිතික ව නිරූපණය කරයි.

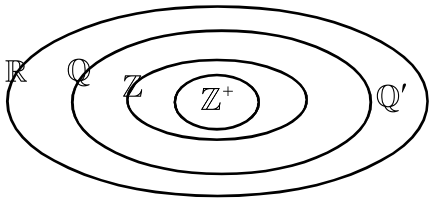
ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ආරම්භයේ සිට තාත්ත්වික සංඛ්‍යා පද්ධතිය තෙක් සංඛ්‍යා භාවිතය විකාශය වූ ආකාරය කෙටියෙන් පැහැදිලි කරන්න.
2. ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා, නිඛිල, පරිමේය සංඛ්‍යා, අපරිමේය සංඛ්‍යා සහ තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලක පිළිබඳ සිසුන්ගේ පෙර දැනුම සිහිපත් කරන්න.

- නිඛිල කුලකය ; $\mathbb{Z}=\{....,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,...\}$

  ධන නිඛිල කුලකය (ප්‍රකෘති සංඛ්‍යා) ; $\mathbb{Z}^{+}=\{1, 2, 3, 4, ...\}$

- පරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය ; $\mathbb{Q}=\left\{x : x=\frac{p}{q}; q\neq 0, p, q\in\mathbb{Z}\right\}$
- අපරිමේය සංඛ්‍යා කුලකය ; $\mathbb{Q}'$
- තාත්ත්වික සංඛ්‍යා කුලකය ; $\mathbb{R}$
- ඉහත කුලක සියල්ල $\mathbb{R}$ හි උපකුලක බව පෙන්වා එය වෙන් රූප සටහනකින් දැක්වීමට සිසුන් යොමු කරන්න.



3. තාත්ත්වික සංඛ්‍යා, සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කරන ආකාරය සිහිපත් කරන්න.

- පහත සංඛ්‍යා සංඛ්‍යා රේඛාව මත ලකුණු කිරීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.
  - පරිමේය සංඛ්‍යා
  - අපරිමේය සංඛ්‍යා

නිපුණතා මට්ටම 1.2 : තාත්ත්වික සංඛ්‍යා විස්තර කිරීම සඳහා කරණි හෝ දශම භාවිත කරයි.

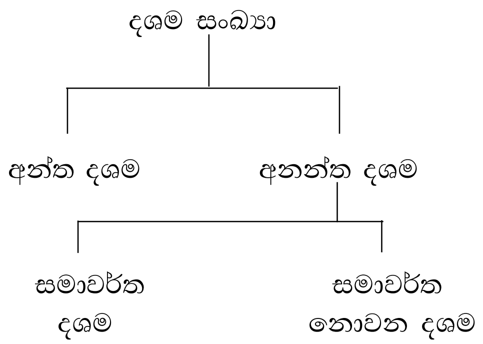
කාලච්ඡේද ගණන : 01

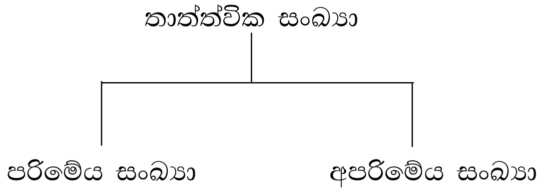
ඉගෙනුම් පල : 1. දශම සංඛ්‍යා වර්ගීකරණය කරයි.

2. කරණි අඩංගු ප්‍රකාශනවල හරය පරිමේය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1.





2. සමීකරණයක විසඳුම් ලෙස කරණි හඳුන්වා දෙන්න.

- කරණි මත පහත ගණිත කර්ම හැසිරවීම උදාහරණ මගින් පහදා දෙන්න.
  - එකතු කිරීම
  - අඩු කිරීම
  - ගුණ කිරීම
  - බෙදීම
- කරණි ඇතුළත් ගැටලු සුළු කිරීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

නිපුණතාව 2 : **ඒක-විචල්‍ය ශ්‍රිත විශ්ලේෂණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 2.1 : ශ්‍රිත පිළිබඳ සමාලෝචනයක යෙදෙයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. ශ්‍රිතයක ප්‍රතිභාමය අදහස පැහැදිලි කරයි.

2. නියත, විචල්‍ය හඳුනා ගනියි.
3. විචල්‍ය දෙකක් අතර සම්බන්ධතාව පැහැදිලි කරයි.
4. වසම, සහ-වසම විස්තර කරයි.
5. එකට එක ශ්‍රිත පැහැදිලි කරයි.
6. මතට ශ්‍රිත පැහැදිලි කරයි.
7. ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිත පැහැදිලි කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. නිදර්ශන මගින් ශ්‍රිත හඳුන්වන්න.
2. නියත සහ විචල්‍යය හඳුන්වන්න.
3. කුලක 2ක් අතර තිබිය හැකි ඒක-ඒක, ඒක-බහු, බහු-ඒක, බහු-බහු සම්බන්ධ උදාහරණ මගින් පැහැදිලි කරන්න.
4. පහත අර්ථ දැක්වීම් ඉදිරිපත් කරන්න.
   - X කුලකයේ සිට Y කුලකයට වූ f ශ්‍රිතයක් යනු, Xහි එක් එක් x අවයවය, Yහි අනන්‍ය වූ y අවයවයකට අනුරූපණය කෙරෙන නීතියකි.
   - ශ්‍රිතයක ස්වායත්ත විචල්‍යය, පරායත්ත විචල්‍යය, ප්‍රතිබිම්බය, වසම (D), සහ- වසම (C) හා පරාසය (R)ද ශ්‍රිතීය අංකනය $f : X \rightarrow Y$, $y = f(x)$ද හඳුන්වන්න.
5. එකට-එක ශ්‍රිත නිදර්ශන මගින් පැහැදිලි කරන්න.
   - එකට-එක ශ්‍රිත සඳහා තිරස් රේඛා පරීක්ෂාව හඳුන්වා දෙන්න.
6. මතට ශ්‍රිත පැහැදිලි කරන්න. (නිදර්ශන මගින්)
7. උදාහරණ ඇසුරින් ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතය හඳුන්වා දෙන්න.
   - සරල උදාහරණ සඳහා ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිත සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.2 : ශ්‍රිත වර්ග පිළිබඳ ව සමාලෝචනයක යෙදෙයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. විශේෂිත ශ්‍රිත හඳුනා ගනියි.

2. ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය අඳියි.

3. සංයුත ශ්‍රිත සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. නියත ශ්‍රිත, ඒකජ ශ්‍රිත, මාපාංක (නිරපේක්ෂ අගය) ශ්‍රිත, කඩමනින් ශ්‍රිත හඳුන්වන්න.
   - නියත ශ්‍රිත : k නියතයක් විට

     $f(x)=k,$ ආකාර වේ.

     $k=1$ වන විට, $f(x)$ ට ඒකක ශ්‍රිතය යයි කියනු ලැබේ.

     නිදර්ශන මගින් ඉහත ශ්‍රිත විස්තර කරන්න.
   - මාපාංක ශ්‍රිත (නිරපේක්ෂ අගය)

     $$f(x)=|x|=\begin{cases} x\ ;\ x\geq 0 \\ -x\ ;\ x<0 \end{cases}$$

     මාපාංක ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   - කඩමනින් ශ්‍රිත : වසමේ විවිධ උපකුලකවල දී f නීතිය වෙනස් ආකාරවලින් අර්ථ දැක්වෙන ශ්‍රිත වේ.

     උදා:

     $$f(x)=\begin{cases} x+1, & x>0 \\ 5 & , x=0 \\ -x & , x<0 \end{cases}$$

     - ප්‍රස්තාර ඇඳ පැහැදිලි කරන්න.
2. ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය
   - $x \in D_f$ හා $y=f(x)$ වන පරිදි වූ (x,y) ලක්ෂ්‍ය කුලකය ලෙස ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය හඳුන්වන්න.

     සිරස් රේඛා පරීක්ෂාව ගැන අවධාරණය කරන්න.

     y අක්ෂයට සමාන්තර රේඛාවක් මගින් ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය එක ලක්ෂ්‍යයක දී පමණක් කපයි.
3. සංයුත ශ්‍රිත
   - f සහ g යනු x හි ශ්‍රිත වන විට $h(x)=f\left[g(x)\right]$, සහ $t(x)=g\left[f(x)\right]$ වන පරිදි වූ h,t සංයුත ශ්‍රිත ලෙස හඳුන්වන්න.
   - උදාහරණ මගින් සංයුත ශ්‍රිත විස්තර කරන්න.

නිපුණතාව 8 : කෝණ මිනුම් ආශ්‍රිත සම්බන්ධ භාවිත කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 8.1 : රේඩියන හා අංශක අතර සම්බන්ධතාව ප්‍රකාශ කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල : 1. කෝණ මැනීමේ ඒකක ලෙස අංශකය හා රේඩියනය හඳුනා ගනියි.

2. අංශක හා රේඩියන අතර ඒකක පරිවර්තනය සිදු කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. කෝණ මැනීමට භාවිත කරන ඒකක ලෙස අංශක හා රේඩියන දක්වන්න.
   - අංශක හා රේඩියන අර්ථ දක්වන්න.
   - අංශක හා රේඩියන අතර සම්බන්ධතාව ගොඩ නඟන්න.
2. අංශක රේඩියනවලට ද රේඩියන අංශකවලට ද පරිවර්තනය කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 8.2 : වෘත්ත ඛණ්ඩයක චාප දිග සහ වෘත්ත ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය අඩංගු ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

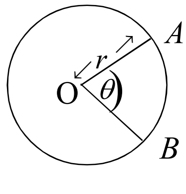
ඉගෙනුම් පල : 1. වෘත්ත චාපයක දිග සොයයි.

2. කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. අරය r වන වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ θ කෝණයක් ආපාතනය කරන වෘත්ත චාපයක දිග S, $\mathrm{S} = r\theta$ ලෙස හඳුන්වන්න. මෙහි θ රේඩියනවලිනි.
   - AB චාපයේ දිග $= r\theta$

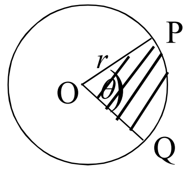
     $\mathrm{S} = r\theta$



2. අරය r වන වෘත්තයක කේන්ද්‍රයේ θ කෝණයක් ආපාතනය කරන වෘත්ත ඛණ්ඩයක වර්ගඵලය A හඳුන්වන්න.

   $A = \frac{1}{2}r^2\theta$, මෙහි θ රේඩියනවලිනි.

   - OPQ වෘත්ත ඛණ්ඩයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2}r^2\theta$



නිපුණතාව 17 : **ඍජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ පද්ධතිය සහ ජ්‍යාමිතික ප්‍රතිඵල භාවිත කරයි.**

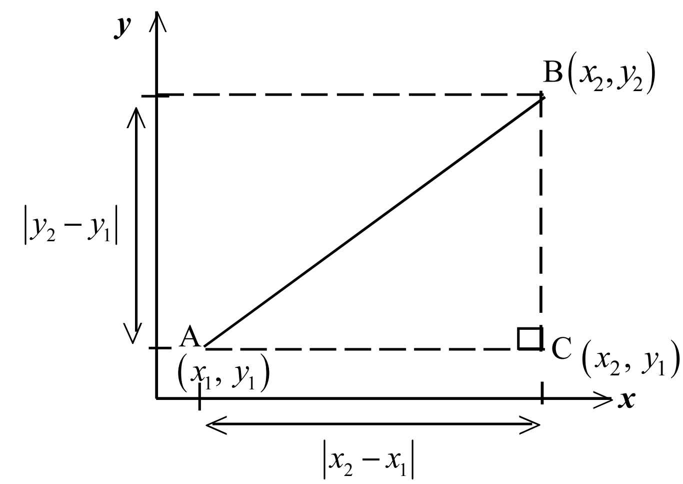
නිපුණතා මට්ටම 17.1 : කාටීසීය ඛණ්ඩාංක තලයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර දුර සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල :
1. කාටීසිය ඛණ්ඩාංක පද්ධතිය පැහැදිලි කරයි.
2. පාටිකය හා කෝටිකය අර්ථ දක්වයි.
3. කාටීසිය ඛණ්ඩාංක තලයේ වෘත්ත පාදක හතර හඳුන්වයි.
4. ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන රේඛා ඛණ්ඩයේ දිග සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. කාටීසිය ඛණ්ඩාංක තලය ආවර්ජනය කරන්න. x සහ y යනු සංඛ්‍යා රේඛා යුගලයක් බව පැහැදිලි කරන්න.
2. $\mathrm{P} \equiv (x, y)$ ලක්ෂ්‍යයේ පාටිකය සහ කෝටිකය හඳුන්වන්න.
3. කාටීසිය ඛණ්ඩාංක තලයේ වෘත්ත පාදක හතර හඳුන්වන්න.
4. $\mathrm{A} \equiv (x_1,\ y_1)$ සහ $\mathrm{B} \equiv (x_2,\ y_2)$ නම්, එවිට



$\mathrm{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ බව සාධනය කරන්න.

- ලක්ෂ්‍ය 2ක් අතර දුර ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳන්න.

නිපුණතා මට්ටම 17.2 : දෙන ලද ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩය දෙන ලද අනුපාතයකට බෙදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල :
1. දී ඇති ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩය දෙන ලද අනුපාතයකට අභ්‍යන්තර ව බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයයි.
2. දී ඇති ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යා කරන සරල රේඛා ඛණ්ඩය දෙන ලද අනුපාතයකට බාහිර ව බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $\mathrm{A} \equiv (x_1, y_1)$ සහ $\mathrm{B} \equiv (x_2, y_2)$ වන AB රේඛා ඛණ්ඩය $\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = m : n$ අනුපාතයට අභ්‍යන්තර ව බෙදෙන P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,

   $$\mathrm{P} \equiv \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right)$$ බව පෙන්වන්න

2. $\mathrm{A} \equiv (x_1, y_1)$ සහ $\mathrm{B} \equiv (x_2, y_2)$ වන AB රේඛා ඛණ්ඩය $\mathrm{AP} : \mathrm{PB} = m : n$ අනුපාතයට බාහිර ව බෙදෙන P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

   $$\mathrm{P} \equiv \left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \ \frac{my_2 - ny_1}{m-n} \right), \ m \neq n$$ බව පෙන්වන්න.

- $m > n$ සහ $m < n$ අවස්ථාව සාකච්ඡා කරන්න.
- ත්‍රිකෝණයක කේන්ද්‍රකයේ ඛණ්ඩාංක සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
- ඉහත ප්‍රතිඵල ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 9 : **ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත විවරණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 9.1 : මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

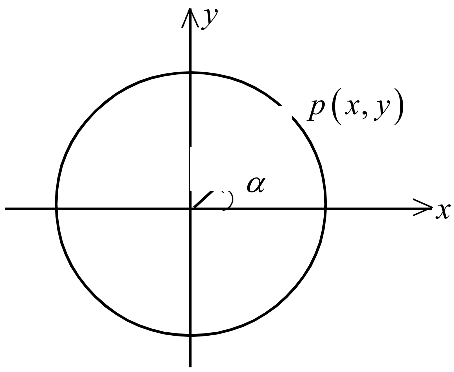
ඉගෙනුම් පල : 1. ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත පැහැදිලි කරයි.

2. මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත (වෘත්ත ශ්‍රිත) හය අර්ථ දක්වයි.

3. වෘත්ත ශ්‍රිතවල වසම සහ පරාසය හඳුන්වයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසීය අක්ෂ පද්ධතිය ඇසුරෙන් ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත පැහැදිලි කරන්න.



$$\sin\alpha = \frac{y}{r}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}$$

$$\tan\alpha = \frac{y}{x};\quad x \neq 0$$

2. විචල්‍ය කෝණයක ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතයක් එම කෝණයේ ශ්‍රිතයක් බව පෙන්වා දෙන්න. එම අනුපාත වෘත්ත ශ්‍රිත ලෙස හඳුන්වන්න. (කෝණ රේඩියනවලින් මනිනු ලැබේ.)

   • මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත හය අර්ථ දක්වන්න.

3. වෘත්ත ශ්‍රිතවල වසම සහ පරාසය හඳුන්වන්න.

   $y = \sin\ x;$ වසම $= \mathbb{R},$ පරාසය $= [-1,\ 1]$

   $y = \cos\ x;$ වසම $= \mathbb{R},$ පරාසය $= [-1,\ 1]$

   $y = \tan\ x;$ වසම $= \mathbb{R} - \pi/2$ හි ඔත්තේ ගුණාකාර නොවන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා;
   පරාසය $= (-\infty,\ \infty)$

නිපුණතා මට්ටම 9.2 : බහුල ව භාවිත කරන කෝණ සඳහා මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත අගයයන් ව්‍යුත්පන්න කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල : 1. $0,\ \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{3}$ සහ $\frac{\pi}{2}$ කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවල අගය සොයයි.

2. එක් එක් වෘත්ත පාදකය තුළ දී කෝණයක මූලික ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතවල ලකුණ ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $0,\ \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{3}$ සහ $\frac{\pi}{2}$ යන කෝණ සඳහා සයින්, කෝසයින්, ටැංජන් අගය සොයන්න.

2. (i) θ කෝණය පළමු වන වෘත්ත පාදකය තුළ දී; එනම් $\left[0<\theta<\frac{\pi}{2}\right]$ විට

$\sin\theta>0,\quad \cos\theta>0,\quad \tan\theta>0$ බව පෙන්වන්න.

$\theta=0$ සහ $\theta=\frac{\pi}{2}$ වන අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.

(ii) θ කෝණය දෙවන වෘත්ත පාදකය තුළ දී; එනම් $\left[\frac{\pi}{2}<\theta<\pi\right]$ විට

$\sin\theta>0,\quad \cos\theta<0,\quad \tan\theta<0$ බව පෙන්වන්න.

$\theta=\frac{\pi}{2}$ හා $\theta=\pi$ වන අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.

(iii) θ කෝණය තුන්වන වෘත්ත පාදකය තුළ දී; එනම් $\left[\pi<\theta<\frac{3\pi}{2}\right]$ විට

$\sin\theta<0,\quad \cos\theta<0,\quad \tan\theta>0$ බව පෙන්වන්න.

$\theta=\pi$ හා $\theta=\frac{3\pi}{2}$ වන අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.

(iv) θ කෝණය සිවුවන වෘත්ත පාදකය තුළ දී; එනම් $\left[\frac{3\pi}{2}<\theta<2\pi\right]$ විට

$\sin\theta<0,\quad \cos\theta>0,\quad \tan\theta<0$ බව පෙන්වන්න.

$\theta=\frac{3\pi}{2}$ හා $\theta=2\pi$ වන අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.

- ඉහත ප්‍රතිඵල සංක්ෂිප්ත ව පහත පරිදි දක්වන්න.

(2) sine(+)	(1) all(+)
(3) tangent(+)	(4) cosine(+)

නිපුණතා මට්ටම 9.3 : $\frac{\pi}{2}$ හි ඔත්තේ ගුණාකාරවලින් සහ π හි නිඛිල ගුණාකාරවලින් වෙනස් වන කෝණවල මූලික ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ව්‍යුත්පන්න කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල :
1. වෘත්ත ශ්‍රිතවල ආවර්ත ලක්ෂණ විස්තර කරයි.
2. $(-\theta),\ \frac{\pi}{2}\pm\theta,\ \pi\pm\theta,\ \frac{3\pi}{2}\pm\theta,\ 2\pi\pm\theta$ ආදී කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික සම්බන්ධතා θ හි ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ඇසුරින් ලබා ගනියි.
3. දී ඇති විශාලත්වයක් සහිත කෝණයක ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාතයේ අගය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. යම්කිසි කෝණයක් 2π හි නිඛිල ගුණාකාරයකින් වැඩි වන විට, පරිභ්‍රමණ එකකින් හෝ වැඩි ගණනකින් පසු අරිය දෛශික එහි මූලික පිහිටීමට ම පැමිණේ. එමනිසා, θ සහ $2n\pi+\theta$ සඳහා එකම ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ලැබෙන ආකාරය පහදන්න.
2. ජ්‍යාමිතික ක්‍රම භාවිතයෙන් $(-\theta),\ \frac{\pi}{2}\pm\theta,\ \pi\pm\theta,\ \frac{3\pi}{2}\pm\theta,\ 2\pi\pm\theta$ හි ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත, θ හි ත්‍රිකෝණමිතික අනුපාත ඇසුරින් ලබා ගන්න.
3. $\frac{2\pi}{3},\ \frac{3\pi}{4},\ \frac{5\pi}{6},\ \frac{7\pi}{6},\ \ldots$ ආදී කෝණවල සයින, කෝසයින සහ ටැංජන අගයන් සෙවීම සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 9.4 : මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතවල හැසිරීම ප්‍රස්තාරික ව විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. වෘත්ත ශ්‍රිත ප්‍රස්තාරික ව නිරූපණය කරයි.

2. වෘත්ත ශ්‍රිතවල ආවර්ත ස්වභාවය විස්තර කරයි.

3. සංයුක්ත ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අඳියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. සයිනය, කෝසයිනය, ටැංජනය සඳහා වූ ප්‍රස්තාර ඉදිරිපත් කරන්න.
2. ඉහත වෘත්ත ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් ආවර්ත ස්වභාවය විස්තර කරන්න.
3. $y=\sin(x+\alpha),\ y=\cos(x+\alpha),\ y=\tan(x+\alpha)$

   $y=\sin \mathrm{k}x,\ y=\cos \mathrm{k}x,\ y=\tan \mathrm{k}x,$

   $y=a+\mathrm{b}\sin \mathrm{k}x,\ y=a+\mathrm{b}\cos \mathrm{k}x,\ y=a+\mathrm{b}\tan \mathrm{k}x$

   $y=\sin(\mathrm{k}x+\mathrm{b}),\ y=\cos(\mathrm{k}x+\mathrm{b}),\ y=\tan(\mathrm{k}x+\mathrm{b})$

   $y=a+\mathrm{b}\sin(\mathrm{k}x+\alpha),\ y=a+\mathrm{b}\cos(\mathrm{k}x+\alpha),\ y=a+\mathrm{b}\tan(\mathrm{k}x+\alpha)$

   ඉහත ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 11 : ත්‍රිකෝණමිතික ගැටලු විසඳීම සඳහා සයින් නීතිය හා කෝසයින් නීතිය යොදා ගනියි.

නිපුණතා මට්ටම 11.1 : සයින් නීතිය හා කෝසයින් නීතිය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල : 1. ත්‍රිකෝණයක පාද හා කෝණ සුපුරුදු අංකනයෙන් දක්වයි.

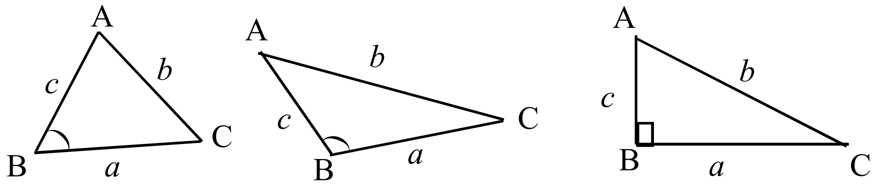
2. ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරයි.

3. ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කෝසයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ABC ත්‍රිකෝණයක කෝණ A, B සහ C යනුවෙන් ද, එම කෝණවලට සම්මුඛ පාද a, b, c යනුවෙන් ද අංකනය කරනු ලබන බව සඳහන් කරන්න.

සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණය   මහාකෝණී ත්‍රිකෝණය   සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණය



2. **සයින් නීතිය**

ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් $\frac{\sin \mathrm{A}}{a} = \frac{\sin \mathrm{B}}{b} = \frac{\sin \mathrm{C}}{c}$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.

3. **කෝසයින් නීතිය**

ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \mathrm{A}$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos \mathrm{B}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \mathrm{C}$$

බව ප්‍රකාශ කරන්න.

සටහන : මෙම නීති ඇතුළත් ගැටලු විසඳීම මෙහි දී බලාපොරොත්තු නොවේ. එහෙත් ස්ථිතිකයේ යෙදීම් බලාපොරොත්තු වේ.

නිපුණතාව 4 : **බහුපද ශ්‍රිත හසුරුවයි.**

නිපුණතා මට්ටම 4.1 : ඒක-විචල්‍ය බහුපද ගවේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල : 1. ඒක-විචල්‍ය බහුපදයක් අර්ථ දක්වයි.

2. ඒකජ, වර්ගජ හා ඝනජ ශ්‍රිත අතර වෙනස හඳුන්වයි.

3. බහුපද දෙකක් සර්වසම වීම සඳහා අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $a_0,\ a_1,\ a_2, ..., a_n \in \mathbb{R}$ හා $n \in \mathbb{Z}_0^+$ විට $f(x) = a_n x^n + a_{-1} x^{n-1} + a_{-2} x^{n-2} + ... + a_0$ ආකාරයේ ප්‍රකාශනයක් බහුපදයක් ලෙස හඳුන්වන්න.
   - ඒක විචල්‍ය බහුපදයක පද, සංගුණක, මාත්‍රය, නායක පදය, නායක සංගුණකය හඳුන්වන්න.
2. ඒකජ ශ්‍රිතයක සාධාරණ ආකාරය $a, b \in \mathbb{R}$ හා $a \neq 0$ විට $f(x) = ax + b$ ලෙස දක්වන්න.
   - වර්ගජ ශ්‍රිතයක සාධාරණ ආකාරය $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$ හා $a \neq 0$ විට $f(x) = ax^2 + bx + c$ ලෙස දක්වන්න.
   - ඝනජ ශ්‍රිතයක සාධාරණ ආකාරය $a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{R}$ හා $a \neq 0$ විට $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ලෙස දක්වන්න.
3. $P(x) \equiv Q(x)$ නම් එවිට සියලු $a \in \mathbb{R}$ සඳහා ම $P(a) = Q(a)$ සහ අනුරූප පදවල සංගුණක සමාන වන බව පැහැදිලි කරන්න.
   - මෙම ගුණය භාවිත කර ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 4.2 : බහුපද ආශ්‍රිත ගණිත කර්ම භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල : 1. බහුපද මත මූලික ගණිත කර්ම හසුරුවයි.

2. බහුපදයක් තවත් බහුපදයකින් බෙදයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ඓක්‍යය, අන්තරය හා ගුණිතය පිළිබඳ පෙර දැනුම පුනරීක්ෂණය කරන්න.
2. පරිමේය බහුපද සඳහා $\dfrac{\mathrm{P}(x)}{\mathrm{Q}(x)}$ යන අංකනය හඳුන්වා දෙන්න. ($\mathrm{Q}(x) \neq 0$ සඳහා)

- ''$Q(x)$ මගින් $P(x)$ බෙදනු ලබයි.'' යන්න $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ ලෙස අංකනය කරනු ලබන්නේ $P(x)=Q(x).\,R(x)$ ලෙස $R(x)$ බහුපදයක් පවතින විට බව හඳුන්වා දෙන්න. (මෙහි $R(x)$ යනු බහුපදයකි)
- උදාහරණ භාවිතයෙන් බෙදීම හා දීර්ඝ බෙදීම පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 4.3 : ශේෂ ප්‍රමේයය, සාධක ප්‍රමේයය හා එහි විලෝමය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල :
1. බෙදීමේ ඇල්ගොරිතමය ප්‍රකාශ කරයි.
2. ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරයි.
3. සාධක ප්‍රමේයය සහ එහි විලෝමය ප්‍රකාශ කරයි.
4. ශේෂ ප්‍රමේය හා සාධක ප්‍රමේය යොදා ගනිමින් ගැටලු විසඳයි.
5. බහුපද ශ්‍රිතයක ශුන්‍ය අර්ථ දක්වයි.
6. බහුපද සමීකරණ විසඳයි (මාත්‍රය 4 තෙක්)

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. භාජ්‍යය $=$ ලබ්ධිය $\times$ භාජකය $+$ ශේෂය බව පැහැදිලි කරන්න.
2. "$f(x)$ බහුපදය $(x-a)$ න් බෙදූ විට ශේෂය $f(a)$ වේ; මෙහි a නියතයක් වේ." යන ශේෂ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.
3. "a නියතයක් විට, $f(a)=0$ නම් $(x-a)$, යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ." යන්න සාධක ප්‍රමේයය ලෙස හඳුන්වන්න.
   - a නියතයක් විට $(x-a)$ යනු $f(x)$ හි සාධකයක් නම් $f(a)=0$ බව, සාධක ප්‍රමේයයේ විලෝමය ලෙස හඳුන්වන්න.
4. ශේෂ ප්‍රමේය හා සාධක ප්‍රමේය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න. (අඥාත 4ක උපරිමයක් දක්වා)
5. $P(x)$ බහුපද ශ්‍රිතයේ $P(x)=0$ වන x හි අගයන් එහි ශුන්‍ය ලක්ෂ්‍ය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
6. ශේෂ ප්‍රමේය හා සධක ප්‍රමේය ඇතුළත් බහුපද ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 10 : **ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යය හසුරුවයි.**

නිපුණතා මට්ටම 10.1 : පයිතගරස් සර්වසාම්‍යය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල :
1. සර්වසාම්‍යයක් යන්න පැහැදිලි කරයි.
2. ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණය හා ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යය අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.
3. පයිතගරස්ගේ ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යය ලබා ගනියි.
4. පයිතගරස්ගේ ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. විචල්‍යවල දෙන ලද සියලු අගයයන් සඳහා තෘප්ත වන සමීකරණයක් ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යයක් ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.
2. සමීකරණයක්, දී ඇති විචල්‍යයක සෑම අගයකට ම තෘප්ත වීම අනිවාර්ය නොවන බව ප්‍රකාශ කරන්න.
   - උදාහරණ ඇසුරින් පහදා දෙන්න.

   ''ඕනෑ ම සර්වසාම්‍යයක් සමීකරණයකි. එහෙත් ඕනෑ ම සමීකරණයක් සර්වසාම්‍යයක් නොවේ.''
3. ඕනෑ ම θ කෝණයක් සඳහා

   $$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$
   $$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$
   $$1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$$

   යන පයිතගරස් ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යය ව්‍යුත්පන්න කිරීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.
4. පයිතගරස්ගේ ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍ය ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 10.2 : ආකලන හා ව්‍යාකලන සූත්‍ර භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණමිතික ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල :
1. ආකලන හා ව්‍යාකලන සූත්‍ර ගොඩනගයි.
2. ආකලන හා ව්‍යාකලන සූත්‍ර භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $\sin(A+B) = \sin A\cdot\cos B + \cos A\cdot\sin B$ සූත්‍රය ලබාගෙන පහත සඳහන් සූත්‍ර අපෝහනය කිරීම සඳහා සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

i. $\cos(A+B)=\cos A\cdot\cos B-\sin A\cdot\sin B$

ii. $\sin(A-B)=\sin A\cdot\cos B-\cos A\cdot\sin B$

iii. $\cos(A-B)=\cos A\cdot\cos B+\sin A\cdot\sin B$

iv. $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\cdot\tan B}$

v. $\tan(A-B)=\dfrac{\tan A-\tan B}{1+\tan A\cdot\tan B}$

2. උදාහරණ මගින් ත්‍රිකෝණමිතික ගැටලු විසඳීමට ඉහත සූත්‍ර යොදා ගන්නා ආකාරය පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 10.3 : ගුණන-ආකලන හා ආකලන-ගුණන සූත්‍ර භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණමිතික ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල : 1. ආකලන-ගුණන සූත්‍ර හා ගුණන-ආකලන සූත්‍ර ව්‍යුත්පන්න කරයි.

2. ආකලන-ගුණන සූත්‍ර හා ගුණන-ආකලන සූත්‍ර අඩංගු ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. පහත සඳහන් සූත්‍ර ගොඩ නැගීමට සිසුන්ට මග පෙන්වන්න.

(i) $2\sin A\cdot\cos B=\sin(A+B)+\sin(A-B)$

(ii) $2\cos A\cdot\sin B=\sin(A+B)-\sin(A-B)$

(iii) $2\cos A\cdot\cos B=\cos(A+B)+\cos(A-B)$

(iv) $2\sin A\cdot\sin B=\cos(A-B)-\cos(A+B)$

(v) $\sin C+\sin D=2\sin\left(\dfrac{C+D}{2}\right)\cos\left(\dfrac{C-D}{2}\right)$

(vi) $\sin C-\sin D=2\cos\left(\dfrac{C+D}{2}\right)\sin\left(\dfrac{C-D}{2}\right)$

(vii) $\cos C+\cos D=2\cos\left(\dfrac{C+D}{2}\right)\cos\left(\dfrac{C-D}{2}\right)$

$(viii)$ $\cos C-\cos D=2\sin\left(\dfrac{C+D}{2}\right)\sin\left(\dfrac{D-C}{2}\right)$

2. ආකලන-ගුණන හා ගුණන-ආකලන සූත්‍ර භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණමිතික ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 10.4 : ද්විත්ව කෝණ, ත්‍රිත්ව කෝණ සහ අර්ධ කෝණ සඳහා වූ සූත්‍ර භාවිතයෙන් ත්‍රිකෝණමිතික ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල : 1. ද්විත්ව කෝණ, ත්‍රිත්ව කෝණ සහ අර්ධ කෝණ සඳහා වූ සූත්‍ර ගොඩනගයි.

2. ද්විත්ව කෝණ, ත්‍රිත්ව කෝණ, අර්ධ කෝණ සඳහා වූ සූත්‍ර භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. පහත දැක්වෙන සූත්‍ර අපෝහනය කරන්න.

$(\mathrm{i})\quad \sin 2A = 2\sin A \cdot \cos A$

$$(\mathrm{ii})\quad \begin{aligned}\cos 2A &= \cos^2 A - \sin^2 A\\ &= 2\cos^2 A - 1\\ &= 1 - 2\sin^2 A\end{aligned}$$

$(\mathrm{iii})\quad \tan 2A = \dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

$(\mathrm{iv})\quad \sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$

$(\mathrm{v})\quad \cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$

- ඉහත (i), (ii), (iii) හි දක්වා ඇති පරිදි $\tan\left(\dfrac{A}{2}\right)$ ඇසුරෙන් $\sin A, \cos A, \tan A$ සඳහා වූ සූත්‍ර ප්‍රකාශ කරන්න.
- ඉහත ප්‍රතිඵල ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

2. ත්‍රිකෝණයක කෝණ හා සම්බන්ධ ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යය සාධනය කිරීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

උදා : ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා

(i) $A+B+C = \pi$ විට,

$\sin(A+B) = \sin(\pi - C) = \sin C$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\dfrac{A+B+C}{2} = \dfrac{\pi}{2}$ විට,

$\sin\dfrac{A+B}{2} = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{C}{2}\right) = \cos\left(\dfrac{C}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

නිපුණතාව 5 : **පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාගවලට වෙන් කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 5.1 : පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාගවලට වෙන් කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල : 1. පරිමේය ශ්‍රිත අර්ථ දක්වයි

2. නියම පරිමේය ශ්‍රිත සහ විෂම පරිමේය ශ්‍රිත අර්ථ දක්වයි.
3. නියම පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාග කරයි. (අඥාත පද 4ක් තෙක්)
4. විෂම පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාග කරයි. (අඥාත පද 4ක් තෙක්)

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $\mathrm{P}(x)$ හා $\mathrm{Q}(x)$ යනු x හි බහුපද සහ $\mathrm{Q}(x)\neq 0$ වන විට, $\dfrac{\mathrm{P}(x)}{\mathrm{Q}(x)}$ ආකාරයේ ප්‍රකාශනයකට පරිමේය ශ්‍රිතයක් යැයි කියනු ලැබේ. වසම, $\mathrm{Q}(x)\neq 0$ වන x හි අගය කුලකය වේ.
2. ලවයේ ඇති බහුපදයේ මාත්‍රය, හරයේ ඇති බහුපදයේ මාත්‍රයට වඩා කුඩා වන පරිමේය ශ්‍රිත නියම පරිමේය ශ්‍රිත ලෙස හඳුන්වන්න.
   - ලවයේ ඇති බහුපදයේ මාත්‍රය, හරයේ ඇති බහුපදයේ මාත්‍රයට වඩා විශාල හෝ සමාන හෝ වන විට ඒවා විෂම පරිමේය ශ්‍රිත ලෙස ද හඳුන්වන්න.
3. නියම පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාග කිරීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න. (අඥාත පද 4ක් තෙක්)

   පහත අවස්ථා සලකන්න.
   - $\mathrm{Q}(x)$ ඒකජ සාධක ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි විට
   - $\mathrm{Q}(x)$ වර්ගජ සාධක එකක් හෝ දෙකක් සමඟ ප්‍රකාශ කළ හැකි විට
   - $\mathrm{Q}(x)$ පුනරාවර්ත සාධක සමඟ ප්‍රකාශ කළ හැකි විට
4. විෂම පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාග කිරීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.
   (උපරිම මාත්‍රය = 4)

   පහත අවස්ථා සලකන්න.
   - $\mathrm{P}(x)$ හි මාත්‍රය $=Q(x)$ හි මාත්‍රය නම් එවිට $\dfrac{\mathrm{P}(x)}{\mathrm{Q}(x)}$ යන්න

     $\dfrac{p(x)}{Q(x)}=K+\dfrac{R(x)}{Q(x)}$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි ය.

     මෙහි K නියතයක් වන අතර $R(x)$ හි මාත්‍රය $<Q(x)$ හි මාත්‍රය වේ.

- $\mathrm{P}(x)$ හි මාත්‍රය $> Q(x)$ හි මාත්‍රය නම් එවිට $\dfrac{\mathrm{P}(x)}{\mathrm{Q}(x)}$ යන්න

  $\dfrac{P(x)}{Q(x)} = h(x) + \dfrac{R(x)}{Q(x)}$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි ය.

  මෙහි $R(x)$ හි මාත්‍රය $< Q(x)$ හි මාත්‍රය වන අතර $h(x)$ යනු $P(x).\,Q(x)$ මගින් බෙදූ විට ලැබෙන ලබ්ධියයි.

  අපට $h(x)$ සෙවිය යුතු අතර $\dfrac{R(x)}{Q(x)}$ භින්න භාග ලෙස ප්‍රකාශ කළ යුතු වේ.

- පරිමේය ශ්‍රිත භින්න භාගවලට වෙන් කිරීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 6 : **දර්ශක සහ ලඝුගණක නියම හසුරුවයි.**

නිපුණතා මට්ටම 6.1 : ගැටලු විසඳීම සඳහා දර්ශක නියම සහ ලඝුගණක නියම භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල : 1. දර්ශක නියම භාවිත කරයි.

2. ලඝුගණක නියම භාවිත කරයි.

3. පාදය මාරු කිරීම භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $a, \mathrm{b} \in \mathbb{R}$ සහ $m, n \in \mathbb{Z}$ වන පරිදි දර්ශක පිළිබඳ පහත නීති ආවර්ජනය කරන්න.

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$ සඳහා)

(iii) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^n$; $a \neq 0$ සඳහා

(iv) $a^o = 1$; $a \neq 0$

(v) $\left(a^m\right)^n = a^{mn}$

(vi) $(ab)^m = a^m \times b^m$

(vii) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$; $b \neq 0$

- **තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක n වන මූලය**

  a හා b යනු තාත්ත්වික සංඛ්‍යා යැයි සිතමු.

  $n(\geq 2)$ වන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු. $a = b^n$ නම් එවිට b, a හි n වන මූලයයි. $n = 2$ විට එය වර්ග මූලය වන අතර $n = 3$ විට එයට ඝන මූලය වේ.

- $a > 0$ හා n ඉරට්ට විට මෙම සමීකරණයේ මූල දෙකක් ඇත. ඒවා විශාලත්වයෙන් සමාන වන අතර ලකුණින් ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

- **n වෙනි ප්‍රධාන මූලය**

  a යනු අවම වශයෙන් එක් n වෙනි මූලයක් පවතින තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු.

  a හි n වෙනි ප්‍රධාන මූලය, a හි ලකුණ ම ගන්නා n වෙනි මූලය බව පහදන්න.

එය $a^{\frac{1}{n}}$ හෝ $\sqrt[n]{a}$ මඟින් අංකනය කරන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

($n=2$ විට, n දර්ශකය ඉවත් කර එය $\sqrt{a}$ ලෙස ලියයි.)

- $a<0$ නම් $x^n = a$ සමීකරණයට මූලයන් ඇත්තේ n ඔත්තේ ම නම් පමණක් බවත් $a>0$ විට $a^{\frac{m}{n}} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

  උක්ත මූල තාත්ත්වික සංඛ්‍යා ලෙස පවතින a හා b තාත්ත්වික සංඛ්‍යා සලකමු. $m,\ n \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ද ගනිමු.

  (i) $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$

  (ii) $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

  (iii) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}};\ \ b \neq 0$

  (iv) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

  (v) n ඉරට්ට විට $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = |a|$

  (vi) n ඔත්තේ විට $\sqrt[n]{a^n} = a$

- ඉහත ප්‍රතිපල උදාහරණ මගින් පැහැදිලි කරන්න.
- දර්ශක ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳන්න.

2. දර්ශක නියම භාවිතයෙන්, $a^b = \mathrm{N} \Leftrightarrow b = \log_a \mathrm{N},\ \left(a \neq 1, a>0, \mathrm{N}>0\right)$ ලෙස ලඝුගණක අර්ථ දක්වන්න.

   ලඝුගණක නීති

   $a,\ \mathrm{M},\ \mathrm{N} \in \mathbb{R}^+$ සහ $p \in \mathbb{Q}$ සඳහා

   - $\log_a (\mathrm{MN}) = \log_a \mathrm{M} + \log_a \mathrm{N}$
   - $\log_a \left(\dfrac{\mathrm{M}}{\mathrm{N}}\right) = \log_a \mathrm{M} - \log_a \mathrm{N}$
   - $\log_a \mathrm{N}^p = p\log_a \mathrm{N}$

3. **පාදය මාරු කිරීම**

   - $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$, මෙහි $a,b>0$
   - $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ මෙහි $a,b,c>0$ වේ.

   $\lg = \log_{10}$ යන්න කෙටියෙන් lg ලෙස ලියනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

නිපුණතාව 7 : **තාත්ත්වික සංඛ්‍යා හා බැඳුණු අසමානතා විසඳයි.**

නිපුණතා මට්ටම 7.1 : අසමානතා පිළිබඳ මූලික ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. අසමානතා අර්ථ දක්වයි

2. ත්‍රිධාකරණ නීතිය ප්‍රකාශ කරයි.

3. අසමානතා තාත්ත්වික සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරයි.

4. ප්‍රාන්තර අංකනය මඟින් අසමානතා දක්වයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. a ධන සංඛ්‍යාවක් නම්, එවිට $a-0=a\in\mathbb{R}^+$ බව සඳහන් කරන්න. එමනිසා, a ධන නම්, එවිට $a>0$ වේ.
   - a හා b තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වන විට,
     (i) $a-b$ ධන ම නම් පමණක් $a>b$ වේ.
     එනම්, $a-b>0$ නම් පමණක් $a>b$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.
     (ii) $a-b$ ඍණ ම නම් පමණක් $a<b$ වේ.
     එනම්, $a-b<0$ නම් පමණක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.
2. x හා y යනු ඕනෑ ම තාත්වික සංඛ්‍යා දෙකක් වන විට, පහත ඒවායින් එකක් සහ එකක් පමණක් ම සත්‍ය වේ.
   $x>y,\ x<y,\ x=y$
3. සංඛ්‍යා රේඛාව ඇසුරෙන් අසමානතා පැහැදිලි කරන්න.
4. සංඛ්‍යා කුලකයක් සඳහා පහත ප්‍රාන්තර අංකන හඳුන්වා දෙන්න.
   $a,\ b\in\mathbb{R}$ ද $a<b$ ද විට,

ප්‍රාන්තරය	අංකනය
$\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x\le b\}$	$[a,b]$
$\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x<b\}$	$[a,b)$
$\{x\in\mathbb{R}\mid a<x\le b\}$	$(a,b]$
$\{x\in\mathbb{R}\mid a<x<b\}$	(a,b)

පහත ප්‍රාන්තර ද පැහැදිලි කරන්න.

$\{x\in\mathbb{R}\mid x\ge a\}$	$[a,\ +\infty)$
$\{x\in\mathbb{R}\mid x>a\}$	$(a,\ +\infty)$
$\{x\in\mathbb{R}\mid x\le a\}$	$(-\infty,\ a]$
$\{x\in\mathbb{R}\mid x<a\}$	$(-\infty,\ a)$

නිපුණතා මට්ටම 7.2 : අසමානතා විශ්ලේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. අසමානතා පිළිබඳ මූලික ප්‍රතිඵල ප්‍රකාශ කර සාධනය කරයි

2. ඒකජ හා වර්ගජ ශ්‍රිත ඇතුළත් අසමානතා වීජීය ව සහ ප්‍රස්තාරික ව විසඳයි.

3. පරිමේය ශ්‍රිත අඩංගු අසමානතා වීජීය ව හා ප්‍රස්තාරික ව විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $a, b, \mathrm{c} \in \mathbb{R}$ වනවිට පහත ප්‍රතිඵල හඳුන්වන්න.

   i. $a > b$ සහ $b > c \Rightarrow a > c$

   ii. $a > b \Rightarrow a + c > b + c$

   iii. $a > b$ සහ $c > 0 \Rightarrow ac > bc$

   iv. $a > b > 0$ සහ $c < 0 \Rightarrow ac < bc$

   v. $a > b$ සහ $c = 0 \Rightarrow ac = bc = 0$

   vi. $a > b$ සහ $c > d \Rightarrow a + c > b + d$

   vii. $a > b > 0$ සහ $c > d > 0 \Rightarrow ac > bd$

   viii. $a > b > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

   ix. $a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

   x. $a > b > 0$ සහ n ධන පරිමේය සංඛ්‍යාවක් සඳහා $a^n > b^n$ සහ $a^{-n} < b^{-n}$ වේ.

2. $f(x)$ සහ $g(x)$ යනු x හි ශ්‍රිත දෙකක් (ඒකජ හෝ වර්ගජ) විට $f(x) \geq g(x)$; $f(x) > g(x)$; $f(x) \leq g(x)$; $f(x) < g(x)$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳන්න.

   ප්‍රස්තාරික ක්‍රම මඟින් විසඳුම් සෙවීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

3. $\mathrm{P}(x)$, $\mathrm{Q}(x)$, x හි බහුපද සහ ඒවායේ මාත්‍රය 2ට අඩු හෝ සමාන වන, $\frac{\mathrm{P}(x)}{\mathrm{Q}(x)}$ ආකාරයේ පරිමේය ශ්‍රිත ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 7.3 : මාපාංක ශ්‍රිත හා බැඳුණු අසමානතා විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල : 1. තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක මාපාංකය (නිරපේක්ෂ අගය) ප්‍රකාශ කරයි.

2. මාපාංක සහිත සරල අසමානතාවල ප්‍රස්තාර අඳියි.

3. මාපාංකය අන්තර්ගත සරල අසමානතා වීජීය හා ප්‍රස්තාරික ව විසඳයි.

(ඒකජ වීජීය ශ්‍රිත අඩංගු අසමානතා පමණි)

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. මාපාංක ඇතුළත් අසමානතා $x \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු.

$|x| = \begin{cases} x; \ x \geq 0 \\ -x; \ x < 0 \end{cases}$ අර්ථ දැක්වීම සිහිපත් කරන්න.

2. $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ යනු ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. එවිට $|f|$ ශ්‍රිතය පහත පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

$|f|:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$|f|(x) = |f(x)|$ මෙහි

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x); f(x) \geq 0 \\ -f(x); f(x) < 0 \end{cases}$$

උදාහරණ මඟින් පැහැදිලි කරන්න.

- මාපාංක ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අඳින්න.
- $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ විට පහත ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

$y = |ax|, \quad y = |ax+b|, \quad y = |ax|+b, \quad y = |ax+b|+c$

$y = c-|ax+b|, \quad y = |ax+b| \pm |cx+d|, \quad y = |ax^2+bx+c|$

3. පහත ආකාරයේ අසමානතාවල විසඳුම් කුලකය

(i) වීජීය ව (ii) ප්‍රාස්තාරික ව නිර්ණය කරන්න.

$a, b, c, d, \mathrm{k} \in \mathbb{R}$ සහ k නියතයක් විට

$|ax+b| \geq |cx+d|$

$|ax+b| \geq lx+m$

$|ax+b| \pm |cx+d| \geq \mathrm{k}$

නිපුණතාව 9 : **ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත විවරණය කරයි. (වෘත්ත ශ්‍රිත)**

නිපුණතා මට්ටම 9.5 : ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණවල සාධාරණ විසඳුම් සොයයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. ත්‍රිකෝණමිතික සමීකරණ විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1.
- සාධාරණ විසඳුම් ලබාගත හැකි පහත සමීකරණ පිළිබඳ ව සාකච්ඡා කරන්න.
- $\sin\theta = \sin\alpha$ නම්, එවිට $\theta = n\pi + (-1)^n \alpha$, මෙහි $n \in \mathbb{Z}$

  $\cos\theta = \cos\alpha$ නම්, එවිට $\theta = 2n\pi \pm \alpha$ මෙහි $n \in \mathbb{Z}$

  $\tan\theta = \tan\alpha$ නම් එවිට $\theta = n\pi + \alpha$, $n \in \mathbb{Z}$
- සාධකවලට වෙන් කර විසඳිය හැකි සමීකරණ
- පයිතගරස් සර්වසාම්‍යයේ ආකලන සූත්‍ර හා ගුණන සූත්‍ර භාවිතයෙන් විසඳිය හැකි සමීකරණ
- ද්විත්ව කෝණ, ත්‍රිත්ව කෝණ හෝ අර්ධ කෝණ සඳහා වූ සූත්‍ර භාවිතයෙන් විසඳිය හැකි සමීකරණ
- ඉහත ආකාරවලට පරිවර්තනය කළ හැකි සමීකරණවල විසඳුම් ද බලාපොරොත්තු වේ.
- $a\cos\theta + b\sin\theta = c$ ආකාරයේ සමීකරණ මෙහි $c \leq \sqrt{a^2 + b^2}$

සංයුක්ත ගණිතය - II

නිපුණතාව 1 : **දෛශික හසුරුවයි**

නිපුණතා මට්ටම 1.1 : දෛශික විමර්ශනය කරයි.

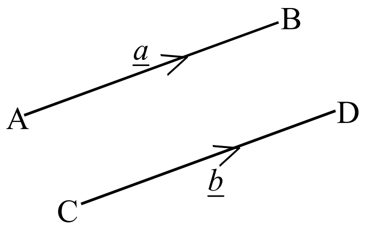
කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල :
1. අදිශ රාශි හා අදිශ අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.
2. දෛශික රාශි හා දෛශික අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.
3. දෛශිකයක විශාලත්වය හා දිශාව විස්තර කරයි.
4. දෛශිකයක් ජ්‍යාමිතික ව නිරූපණය කරයි.
5. දෛශිකයක වීජීය අංකනය ප්‍රකාශ කරයි.
6. දෛශිකයක මාපාංකය අර්ථ දක්වයි.
7. "අභිශූන්‍ය දෛශිකය" අර්ථ දක්වයි.
8. දෙන ලද දෛශික දෙකක් සමාන වීමට අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
9. $\underline{a}$ දෛශිකයක් විට $(-\underline{a})$ අර්ථ දක්වයි.
10. දෛශික දෙකක ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමය ප්‍රකාශ කරයි.
11. දෛශික දෙකක ආකලනය පිළිබඳ සමාන්තරාස්‍ර නියමය අපෝහනය කරයි.
12. දෛශික තුනක් හෝ වැඩි ගණනක් ආකලනය කරයි.
13. දෛශිකයක් අදිශයකින් ගුණ කරයි.
14. දෛශික දෙකක් අතර අන්තරය ලබා ගනියි.
15. දෛශික දෙකක් අතර කෝණය හඳුනා ගනියි.
16. සමාන්තර දෛශික හඳුනා ගනියි.
17. දෛශික දෙකක් සමාන්තර වීමට අවශ්‍යතාව ප්‍රකාශ කරයි.
18. ඒකක දෛශිකය අර්ථ දක්වයි.
19. දී ඇති ඕනෑ ම දිශා දෙකක් ඔස්සේ දෛශිකයක් විභේදනය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. යම් මිනුම් ඒකකයකින් යුතු දෙන ලද විශාලත්වයකට අදිශ රාශියක් යැයි කියනු ලබන බව ද ඒකක රහිත සංඛ්‍යාත්මක අගයන් අදිශ ලෙස නම් කෙරෙන බව ද පැහැදිලි කරන්න.
2. විශාලත්වයක් මිනුම් ඒකකයක් සහ දිශාවක් සහිත ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමයට අනුකූල වන රාශියක් දෛශික රාශියක් බව පැහැදිලි කරන්න. ("ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමය" පසුව දක්වනු ලැබේ.)
   ඒකක රහිත විට එය දෛශිකයක් බවත් පැහැදිලි කරන්න.

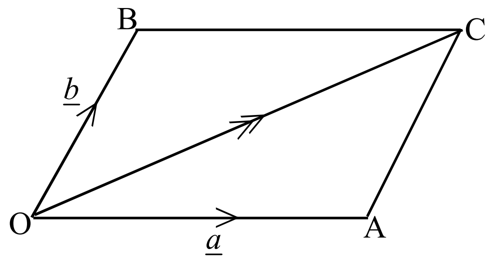
3. විශාලත්වයක් හා දිශාවක් සහිත රේඛා ඛණ්ඩයක් "ජ්‍යාමිතික ව දෛශිකයක්" ලෙස හඳුන්වන බව පැහැදිලි කරන්න.
   - දෛශික රාශියක මාන ඇති නමුත්, දෛශිකයක මාන නොමැත.
4. A සිට B දෙසට AB රේඛා ඛණ්ඩයෙන් නිරූපණය කෙරෙන දෛශිකය $\overrightarrow{AB}$ ලෙස දැක්වෙන බව ඉදිරිපත් කරන්න
   - $\underline{a}$ හෝ $\vec{a}$ අංකනයෙන් "විශාලත්වය a වන දෛශිකය" නිරූපණය කෙරෙන බව පවසන්න. (මුද්‍රණයේ දී තද කළු පාටින් ලියූ a ආකාරයේ සංකේත දෛශික හැඳින්වීමට භාවිත කරයි.) වෙනස් දෛශික නිරූපණයේ දී වෙනස් අකුරු යොදා ගනු ලබන බව ද පවසන්න.
5. දෛශිකයක විශාලත්වය එම දෛශිකයේ මාපාංකය ලෙස හඳුන්වා දී $\underline{a}$ දෛශිකයක මාපාංකය $|\underline{a}|$ මගින් අංකනය කරන බව හඳුන්වා දෙන්න.
   - රේඛා ඛණ්ඩයක දිගක් බැවින් $|\underline{a}|$ කිසි විටෙක ඍණ නොවන අදිශයක් බව පැහැදිලි කරන්න.
6. විශාලත්වය ශුන්‍ය වූ ද ඕනෑ ම දිශාවකට වූ ද දෛශිකය අභිශුන්‍ය දෛශිකය ලෙස අර්ථ දක්වන්න. එය $\underline{0}$ මගින් අංකනය කෙරේ.
   තව ද $\underline{a}+(-\underline{a})=\underline{0}$ බවත්
   $\overrightarrow{AA}=\underline{0}$ ලෙස ලිවිය හැකි බවත් පහදා දෙන්න.
7. $\underline{a}$ හි විශාලත්වය ම ඇති දිශාවෙන් එයට ප්‍රතිවිරුද්ධ වූ දෛශියක් $\underline{a}$ හි ප්‍රතිවර්තිත දෛශිකය ලෙස අර්ථ දක්වන්න. එය $-\underline{a}$ මගින් දක්වන බව සඳහන් කරන්න.
8. විශාලත්වයෙන් සමාන එකම දිශාවට වූ දෛශිකවලට සමාන දෛශික යැයි කියනු ලැබේ.
   - $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{CD}$ මගින් නිරූපණය කළ විට



$$\underline{a}=\underline{b} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = CD \\ AB \,//\, CD \\ \overrightarrow{AB} \text{ හි දිශාව සහ } \overrightarrow{CD} \text{ හි දිශාව එකම විය යුතුයි} \end{cases}$$

9. දෛශික ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමය :
   $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික පිළිවෙළින් $\overrightarrow{BC}$ හා $\overrightarrow{AB}$ මගින් නිරූපණය වේ නම් $\underline{a}+\underline{b}$ දෛශිකය $\overrightarrow{AC}$ මගින් නිරූපණය වේ. දෛශික ආකලනයේ ප්‍රතිඵලය ද දෛශිකයක් බව පෙන්වා දෙන්න. (සංවෘත ගුණය)

10. ඉහත දෛශික ආකලනය පිළිබඳ ත්‍රිකෝණ නියමයෙන් දෛශික දෙකක ආකලනය සඳහා සමාන්තරාස්‍ර නියමය අපෝහනය කරන්න.



$\overrightarrow{OA} = \underline{a}$ සහ $\overrightarrow{OB} = \underline{b}$ ලෙස ගනිමු.

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$ (ත්‍රිකෝණ නියමය)

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ $\{\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{OB}$ සමාන දෛශික නිසා$\}$

$\overrightarrow{OC} = \underline{a} + \underline{b}$

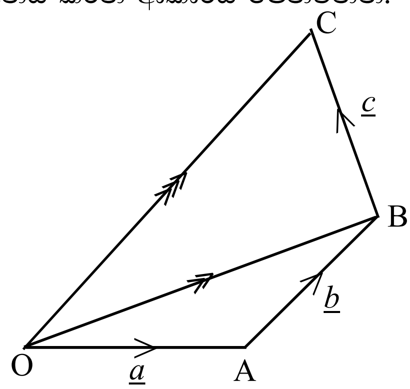
11. දෛශික දෙකක් සඳහා ආකලන නියමය නැවත, නැවත භාවිතයෙන්, දෛශික තුනක් හෝ වැඩි ගණනක් ආකලනය කරන ආකාරය පෙන්වන්න.

$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$

$\underline{a} + \underline{b} = \overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$

$(\underline{a}+\underline{b}) + \underline{c} = \overrightarrow{OC}$



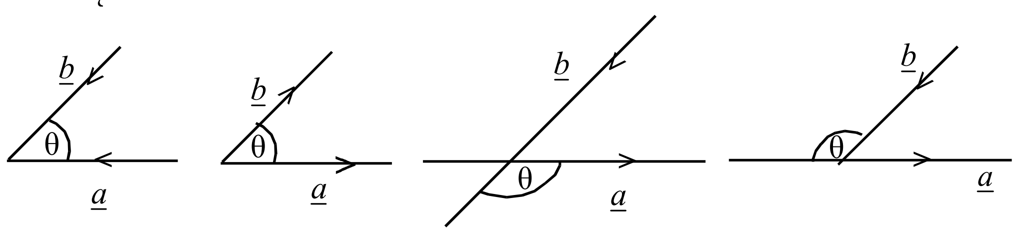
12. $\underline{a}$ දෛශිකයක් ද k අදිශයක් ද වන විට $k\underline{a}$ යනු k වාරයක් $\underline{a}$ ලෙස හඳුන්වා දෙන්න. $k<0$, $k>0$ සහ $k=0$ අවස්ථා සාකච්ඡා කරමින් $k\underline{a}$ දෛශිකය විස්තර කරන්න. උදාහරණ ඉදිරිපත් කරන්න.

13. $\underline{a}$ ගෙන් $\underline{b}$ අඩු කිරීම යනු $\underline{a}$ ට $-\underline{b}$ එකතු කිරීම බව ප්‍රකාශ කරන්න.

එනම් $\underline{a}-\underline{b} = \underline{a}+(-\underline{b})$

සටහන : ආකලනය සහ ව්‍යාකලනය වලංගු වන්නේ එක ම වර්ගයේ දෛශික සඳහා පමණි.

14. දෛශික දෙකක දිශා අතර කෝණය එම දෛශික අතර කෝණය හඳුන්වා දෙන්න.



15. ක්‍රියා රේඛා සමාන්තර වන දෛශිකවලට ''සමාන්තර දෛශික'' යැයි කියනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

මෙහි $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ සමාන්තර දෛශික වේ. මෙහි $\underline{c}$ හා $\underline{d}$ සමාන්තර දෛශික වේ

16. k යනු නිශ්ශූන්‍ය අදිශයක් වන විට $\underline{b} = k\underline{a}$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි නම් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ සමාන්තර වන බව පෙන්වා දෙන්න.
17. විශාලත්වය ඒකකයක් වූ දෛශිකයක් ඒකක දෛශිකයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
    - $\underline{a}$ ඒකක දෛශිකයක් නම් එවිට $|\underline{a}| = 1$ වේ.
    - $\underline{a}$ යනු දී ඇති අභිශූන්‍ය නොවන දෛශිකයක් නම් සහ $\underline{u}$ යනු $\underline{a}$ හි දිශාවට ඇති ඒකක දෛශිකයක් නම් එවිට $\underline{a} = |\underline{a}|\underline{u}$ ද $\underline{u} = \dfrac{\underline{a}}{|\underline{a}|}$ ද ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වා දෙන්න.
18. දෙන ලද දෛශිකයක් විකර්ණයක් වන පරිදි, දෙන ලද දිශා දෙක ඔස්සේ බද්ධ පාද පිහිටන සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කිරීමෙන් දෛශිකය එකිනෙකට ලම්බ වන හෝ නොවන දිශා දෙකකට විභේදනය කළ හැකි ආකාරය පෙන්වා දෙන්න. එම දිශා දෙක ඔස්සේ ඇති දෛශික සංරචක ලෙස හැඳින්වෙන බව ප්‍රකාශ කරන්න.
    - දෙන ලද දෛශිකයක් විකර්ණයක් වන සේ අඳින ලද ඍජුකෝණාස්‍රයක එකිනෙකට ලම්බ දිශා දෙකකට දෛශිකය වෙන් කරන ආකාරය පෙන්වා දෙන්න.

නිපුණතා මට්ටම 1.2 : වීජීය නියම ඇසුරින් දෛශික පද්ධතියක් ගොඩනගයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල : 1. දෛශික ආකලනයේ සහ අදිශයකින් දෛශිකයක් ගුණ කිරීමේ ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. දෛශික ආකලනය පිළිබඳ පහත ගුණ ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

(i) න්‍යාදේශ නීතිය : $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික දෙකක් නම් එවිට $\underline{a} + \underline{b} \;=\; \underline{b} + \underline{a}$

(ii) සංඝටන නීතිය : $\underline{a}$, $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ යනු දෛශික තුනක් විට $(\underline{a} + \underline{b}) + \underline{c} \;=\; \underline{a} + (\underline{b} + \underline{c})$

(iii) විසටන නීතිය : h හා k අදිශ විට $k(\underline{a} + \underline{b}) \;=\; k\underline{a} + k\underline{b}$ සහ $(h + k)\underline{a} \;=\; h\underline{a} + k\underline{a}$

නිපුණතා මට්ටම 1.3 : ගැටලු විසඳීම සඳහා පිහිටුම් දෛශිකය යොදා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :
1. පිහිටුම් දෛශිකය අර්ථ දක්වයි.
2. ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෛශිකය එම ලක්ෂ්‍යයේ කාටීසිය ඛණ්ඩාංක ඇසුරින් ප්‍රකාශ කරයි.
3. $x\underline{i}+y\underline{j}$ ආකාරයේ දෛශික ආකලනය හා ව්‍යාකලනය කරයි.
4. "$\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු අභිශූන්‍ය නොවන හා සමාන්තර නොවන දෛශික දෙකක් නම් හා $\lambda\underline{a}+\mu\underline{b}=0$ ම නම් පමණක් $\lambda=0$ සහ $\mu=0$ වේ". යන ප්‍රතිඵලය සාධනය කරයි.
5. ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. O මූල ලක්ෂ්‍යයට සාපේක්ෂ ව P ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය OP හෝ $\overrightarrow{OP}=\underline{r}$ ලෙස අර්ථය දක්වන්න.
2. $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ ඒකක දෛශික හඳුන්වන්න.
   - OX අක්ෂය දිගේ දෛශික සංරචකය x ද OY අක්ෂය දිගේ දෛශික සංරචකය y ද නම් $x\underline{i}+y\underline{j}$ ආකාරයෙන් දෛශිකය දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න.
   - $\overrightarrow{OP}=\underline{r}$ යනු O මූල ලක්ෂ්‍යයට සාපේක්ෂ ව P ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය බව ද ද්විමාන තලයේ $P\equiv(x,y)$ නම් $\underline{r}=x\underline{i}+y\underline{j}$ ලෙස දැක්විය හැකි බව ද පෙන්වා දෙන්න.
   - ද්විමාන තලයේ $|\underline{r}|=\sqrt{x^2+y^2}$ බව ද පෙන්වන්න.
3. $\underline{a}_1=x_1\underline{i}+y_1\underline{j}$ සහ $\underline{a}_2=x_2\underline{i}+y_2\underline{j}$ නම් $\underline{a}_1$ සහ $\underline{a}_2$ පහත පරිදි ආකලනය හා ව්‍යාකලනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

   $\underline{a}_1+\underline{a}_2=(x_1+x_2)\underline{i}+(y_1+y_2)\underline{j}$

   $\underline{a}_1-\underline{a}_2=(x_1-x_2)\underline{i}+(y_1-y_2)\underline{j}$
   - මෙය දෛශික දෙකකට වැඩි ගණනක් සඳහා ද යොදා ගත හැකි බව පෙන්වන්න.
4. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු අභිශූන්‍ය නොවන හා සමාන්තර නොවන දෛශික දෙකක් නම් සහ $\lambda\underline{a}+\mu\underline{b}=0$ ම නම් පමණක් $\lambda=0$ සහ $\mu=0$ බව සාධනය කිරීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
5. ඉහත ප්‍රතිඵල ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

නිපුණතා මට්ටම 1.4 : දෛශික ගුණිතය සහ අදිශ ගුණිතය විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල :
1. දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය අර්ථ දක්වයි.
2. දෛශික දෙකක අදිශ ගුණිතය අදිශයක් බව ප්‍රකාශ කරයි.
3. අදිශ ගුණිතයේ ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.
4. අදිශ ගුණිතය ජ්‍යාමිතිකව විවරණය කරයි.
5. දෛශික දෙකක් අතර කෝණය සොයයි.
6. නිශ්ශුන්‍ය දෛශික දෙකක් ලම්බ වීමට අවශ්‍යතාව පැහැදිලි කරයි.
7. $\underline{k}$ විස්තර කරයි.
8. දෛශික දෙකක දෛශික ගුණිතය අර්ථ දක්වයි.
9. දෛශික ගුණිතයේ ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.

(දෛශික ගුණිතයේ යෙදීම අපේක්ෂා නොකෙරේ.)

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. අදිශ ගුණිතය (තිත් ගුණිතය)

   $\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ යන ඕනෑ ම නිශ්ශුන්‍ය දෛශික දෙකක් නම් සහ ඒවා අතර කෝණය $\theta\left(0 \le \theta \le \pi\right)$ නම් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ හි අදිශ ගුණිතය $\underline{a}.\underline{b} = |\underline{a}||\underline{b}|\cos\theta$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න. මෙය තිත් ගුණිතය ලෙස ද හඳුන්වන බව ප්‍රකාශ කරන්න. $\underline{a} = 0$ හෝ $\underline{b} = 0$ නම් $\underline{a}.\underline{b} = 0$ වේ.

2. $|\underline{a}||\underline{b}|\cos\theta$ යනු අදිශයක් බව පැහැදිලි කරන්න.
   - $\underline{a} \perp \underline{b}$ නම් $\underline{a}.\underline{b} = 0$ බව සහ
   - $a = |\underline{a}|$ විට $\left(\underline{a}\ .\ \underline{a}\right) = |\underline{a}|^2 = a^2$ බව පෙන්වන්න.

3. (i) න්‍යාදේශ්‍ය නීතිය $\underline{a}\ .\ \underline{b} = \underline{b}\ .\ \underline{a}$

   (ii) විඝටන නීතිය $\underline{a}\ .\ \left(\underline{b} + \underline{c}\right) = \underline{a}\ .\ \underline{b} + \underline{a}\ .\ \underline{c}$

4. $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යනු ඕනෑ ම නිශ්ශුන්‍ය දෙකක් නම් සහ $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අතර කෝණය θ නම් $\cos\theta = \dfrac{\underline{a}.\underline{b}}{|\underline{a}||\underline{b}|}$

5. $\underline{a} \perp \underline{b}$ නම් එවිට $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

   $\Rightarrow \cos\theta = 0$

   $\Rightarrow \underline{a}\ .\ \underline{b} = 0$ බව පෙන්වා දෙන්න.

6. දෛශික ගුණිතය (අර්ථ දැක්වීම)

$\underline{a}$ සහ $\underline{b}$ යනු ඕනෑම නිශ්ශූන්‍ය දෛශික දෙකක් නම් සහ ඒවා අතර කෝණය $\theta\left(0<\theta<\pi\right)$ නම් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ හි දෛශික ගුණිතය $\underline{a} \times \underline{b} = \left(|\underline{a}||\underline{b}|\sin\theta\right)\underline{n}$ වේ යන අර්ථ දැක්වීම ඉදිරිපත් කරන්න.

- මෙහි $\underline{n}$ යනු $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ අඩංගු තලයට ලම්බ වන හා $\underline{a}$ සිට $\underline{b}$ දක්වා ඉස්කුරුප්පුවක් කරකැවීමේ දී එහි තුඩ ගමන් කරන දිශාවට පිහිටි ඒකක දෛශිකයකි.
- $\underline{a}=0$ හෝ $\underline{b}=0$ හෝ $\underline{a} \,//\, \underline{b}$ නම්, එවිට $\underline{a}\times\underline{b}$ අභිශූන්‍ය දෛශිකයක් වේ.

7. දෛශික ගුණිතයේ ගුණ

- $\underline{a}\times\underline{b}=\underline{b}\times\underline{a}$
- $|\underline{a}\times\underline{b}|$ හි වර්ගඵල අර්ථ කථනය සාකච්ඡා කරන්න.

සටහන : දෛශික ගුණිතය ඇතුළත් ගැටලු අපේක්ෂා නොකෙරේ.

නිපුණතාව 2 : ඒකතල බල පද්ධති භාවිත කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 2.1 : අංශුවක් මත ක්‍රියාකරන බල විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල :
1. අංශුව පිළිබඳ සංකල්පය විස්තර කරයි.
2. බලය පිළිබඳ සංකල්පය විස්තර කරයි.
3. බලය යනු ස්ථානගත දෛශිකයක් බව ප්‍රකාශ කරයි.
4. බලය ජ්‍යාමිතික ව නිරූපණය කරයි.
5. බලයේ මාන සහ ඒකක හඳුන්වයි.
6. යාන්ත්‍රණයේ යෙදෙන විවිධ ආකාරයේ බල හඳුන්වා දෙයි.
7. ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියාකරන ඒකතල බල පද්ධතියක සම්ප්‍රයුක්තය විස්තර l rh.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. අනෙකුත් වස්තු හා දුරවල් සමග සැසඳීමේ දී ඉතා කුඩා මිනුම් සහිත ඝන වස්තුවක් අංශුවක් ලෙස ප්‍රායෝගික වශයෙන් සලකනු ලබන බව සඳහන් කරන්න.
   - සෛද්ධාන්තිකව අංශුවක් යනු ස්කන්ධයක් ඇති අරය නොගිනිය හැකි තරම් කුඩා වූ ගෝලයක් ලෙස අර්ථ දක්වනු ලබන බැවින්, එය ජ්‍යාමිතික ව ලක්ෂ්‍යයකින් නිරූපණය කරන බව ද සඳහන් කරන්න.
2. නිශ්චල ව ඇති වස්තුවක චලිතය ඇති කරන හෝ චලනය වන වස්තුවක චලිත ස්වභාවය වෙනස් කරන බාහිර ක්‍රියාව බලය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.
3. බලයට විශාලත්වයක්, ක්‍රියාකාරී ලක්ෂ්‍යයක් සහ ක්‍රියා රේඛාවක් ඇති බැවින්, එය ස්ථානගත දෛශිකයක් වන බව පෙන්වා දෙන්න.
4. බලයේ විශාලත්වයට සමානුපාතික වන දිගකින් යුතු, බලයේ දිශාවට ඇඳි සරල රේඛා ඛණ්ඩයකින් බලයක් ජ්‍යාමිතික ව නිරූපණය කළ හැකි බව පෙන්වා දෙන්න.
5. බලයේ විශාලත්වය මනිනු ලබන ඒකකය නිව්ටනය (N) බව සඳහන් කරන්න. බලයේ මාන MLT^{-2} බව සඳහන් කරන්න.
6. විවිධ ආකාරයේ බල
   i. ආකර්ෂණ බලඃ වස්තුවක බර
   ii. ස්පර්ශ වන පෘෂ්ඨ අතර අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියා
   iii. රළු පෘෂ්ඨ අතර ප්‍රතික්‍රියා (අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියා ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී පොදු අභිලම්බය ඔස්සේ ද ඝර්ෂණ බලය ස්පර්ශකයක් ඔස්සේ ද ක්‍රියා කරයි.)
   iv. තන්තුවක ආතතිය
   v. සැහැල්ලු දඬුවල තෙරපුම හෝ ආතතිය
   - ආතතිය හා තෙරපුම ප්‍රත්‍යාබල ලෙස හඳුන්වන බව ද සඳහන් කරන්න.
7. ලක්ෂ්‍යයක් මත බල දෙකකින් හෝ වැඩි ගණනකින් හෝ ඇතිවන ඵලයම ඇති කරන තනි බලය එම බලවල ''සම්ප්‍රයුක්තය'' ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.2 : අංශුවක් මත ක්‍රියාකරන බල දෙකක ක්‍රියාව පැහැදිලි කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

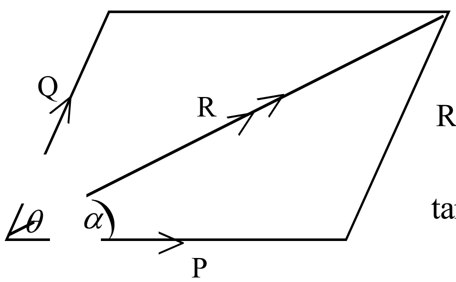
ඉගෙනුම් පල :

1. බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය ප්‍රකාශ කරයි.
2. බල සමාන්තරාස්‍ර නියමය ප්‍රකාශ කරයි.
3. බල සමාන්තරාස්‍ර නියමය ඇසුරින් සම්ප්‍රයුක්තය පිළිබඳ සූත්‍ර ලබා ගනියි.
4. බල සමාන්තරාස්‍ර නියමය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.
5. බල දෙකක ක්‍රියාව යටතේ ලක්ෂ්‍යයක් සමතුලිතතාව පැවතීම සඳහා අවශ්‍යතාව ලියයි.
6. දෙන ලද බලයක් දෙන ලද දිශා දෙකකට විභේදනය කරයි.
7. දෙන ලද බලයක් එකිනෙකට ලම්බ දිශා දෙකකට විභේදනය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. එකම දිශාවකින් අංශුයක් මත ක්‍රියා කරන බල දෙකක්
   - විරුද්ධ දිශාවෙන් අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන බල දෙකක් ඇසුරින් බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය පැහැදිලි කරන්න.
2. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය සෙවීම පිළිබඳ බල සමාන්තරාස්‍ර නියමය ඉදිරිපත් කරන්න.
   - **බල සමාන්තරාස්‍ර නියමය :**

     ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන බල දෙකක්, එම ලක්ෂ්‍යය ශීර්ෂයක් වන සේ ඇඳි සමාන්තරාස්‍රයක එම ශීර්ෂයේ සිට ඇඳි බද්ධ පාද මඟින් විශාලත්වයෙන් සහ දිශාවෙන් නිරූපණය කළ විට බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තය, එකී ශීර්ෂය හරහා ඇඳි විකර්ණය මඟින් විශාලත්වයෙන් සහ දිශාවෙන් නිරූපණය වෙයි.



$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta$ සහ

$\tan\alpha = \dfrac{Q\sin\theta}{P + Q\cos\theta}$ බව පෙන්වන්න.

සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය R ද $\underline{P}$ හා $\underline{R}$ අතර කෝණය α ද වේ. විශේෂයෙන්, $P = Q$ විට සම්ප්‍රයුක්තය මඟින් බල දෙක අතර කෝණය සමච්ඡේද කරන බව සඳහන් කරන්න.

$(\mathrm{i})\ P = Q,\quad (\mathrm{ii})\ P \perp Q,\ (\mathrm{iii})\ \theta = 0,\quad (\mathrm{iv})\ \theta = \pi$

අවස්ථා සාකච්ඡා කරන්න.

4. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය පිළිබඳ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
5. ලක්ෂ්‍යයක් මත ක්‍රියාකරන බල දෙකක් විශාලත්වයෙන් සමාන ව ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට වේ නම් එම බල දෙකේ ක්‍රියාව යටතේ අංශුව සමතුලිත ව පවති යැයි කියනු ලැබේ.
6. බලය නිරූපණය කරන රේඛා ඛණ්ඩය විකර්ණයක් වන සහ දෙන ලද දිශා දෙක ඔස්සේ බද්ධ පාද පිහිටන සමාන්තරාස්‍රය නිර්මාණය කිරීමෙන් එම බලය දෙන ලද දිශා දෙකට විභේදනය කරන ආකාරය පෙන්වා දෙන්න.
   දෙන ලද බලය මඟින් ඇති කරන ඵලය ම මෙම විභින්න කොටස් හෝ සංරචක වලින් ද ලබා දෙන බව තහවුරු කරන්න.
7. ගැටලු විසඳීමේ පහසුව තකා බලයක් එකිනෙකට ලම්බ දිශා දෙකකට විභේදනය කරනු ලබන බව සඳහන් කර එම සංරචක ලබා ගන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.3 : ඒකතල බල පද්ධතියක් මගින් අංශුවක් මත ඇති වන ක්‍රියාව විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල :
1. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල ප්‍රකාශ කරයි.
2. බල විභේදනය මගින් ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියාකරන ඒකතල බල තුනක හෝ වැඩි ගණනක සම්ප්‍රයුක්තය තීරණය කරයි.
3. ප්‍රස්තාරික ක්‍රමයෙන් ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන බල තුනක හෝ වැඩි ගණනක සම්ප්‍රයුක්තය තීරණය කරයි.
4. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල පද්ධතියක් සමතුලිත ව පැවතීම සඳහා අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
5. සමතුලිතතාව සඳහා අවශ්‍යතාව ලියයි.
6. බල බහු අස්‍රය සම්පූර්ණ කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල පද්ධතියක් එකිනෙකට ලම්බ අක්ෂ දෙකක් ඔස්සේ විභේදනය කිරීමෙන් ලැබෙන විභින්න කොටස්වල වීජීය ඓක්‍යය X හා Y නම් එහි සම්ප්‍රයුක්තය $R=\sqrt{X^2+Y^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව ද සම්ප්‍රයුක්තය X දිශාව සමග සාදන කෝණය α නම් $\tan\alpha=\dfrac{Y}{X}$ බව ද පෙන්වා දෙන්න.
   - මෙම ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

2. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන බල තුනක හෝ වැඩි ගණනක සම්ප්‍රයුක්තය ලබා ගැනීම සඳහා ප්‍රස්තාරික ක්‍රමය (බහු අස්‍ර ක්‍රමය) ඉදිරිපත් කරන්න.

3. අභිශූන්‍ය සම්ප්‍රයුක්ත දෛශිකය $\underline{R} = X\underline{i} + Y\underline{j} = \underline{0}$ බව පෙන්වන්න.

   - බල බහු අස්‍රය සම්පූර්ණ වීම පහදන්න.

4. එකිනෙකට ලම්බ දිශා දෙකකට බල විභේදනයෙන් ලැබෙන විභින්න සංරචකවල වීජීය ඓක්‍යය ශූන්‍ය වේ. එනම් $X=0$ සහ $Y=0$

   $\underline{R} = X\underline{i} + Y\underline{j} = \underline{0}$

   $\Leftrightarrow X = 0, \quad Y = 0$

5. බල බහු අස්‍රයක් සම්පූර්ණ කිරීමට සිසුන්ට මඟ පෙන්වන්න.

දෙවන වාරය

නිපුණතාව 3 : **වර්ගජ ශ්‍රිත විශ්ලේෂණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 3.1 : වර්ගජ ශ්‍රිතයක ලක්ෂණ ගවේෂණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :
1. වර්ගජ ශ්‍රිත හඳුන්වයි.
2. වර්ගජ ශ්‍රිතයක් යන්න පැහැදිලි කරයි.
3. වර්ගජ ශ්‍රිතයක ලක්ෂණ පැහැදිලි කරයි.
4. වර්ගජ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය අඳියි.
5. වර්ගජ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ විවිධ ආකාර විස්තර කරයි.
6. වර්ගජ ශ්‍රිතවල ශූන්‍යතාව විස්තර කරයි.

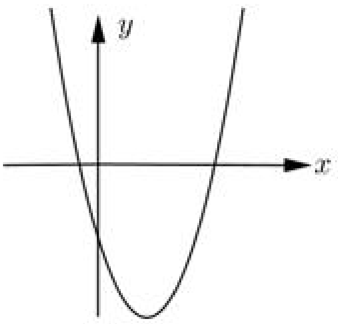
ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $a \neq 0$ සහ $a, b, c \in \mathbb{R}$ විට $f(x) = ax^2 + bx + c$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක් වර්ගජ ශ්‍රිතයක් ලෙස හඳුන්වන බව මතක් කරන්න..
2. වර්ගජ ශ්‍රිතයක් යනු කුමක් දැයි පැහැදිලි කරන්න.
3. $a, p, q \in \mathbb{R};\ a \neq 0$ විට වර්ගජ ශ්‍රිතයත් $f(x) = a(x+p)^2 + q$ ආකාරයට ලියා දැක්විය හැකි බව පෙන්වා දෙන්න. මෙහි $p = \dfrac{b}{2a},\ q = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$

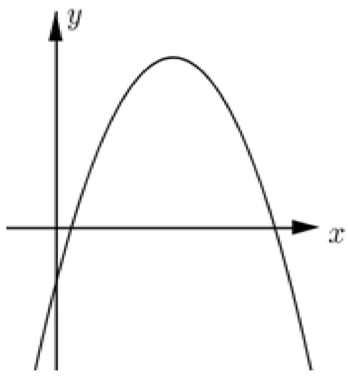
- x හි විවිධ අගයන් සඳහා වර්ගජ ශ්‍රිතයේ ලකුණ සාකච්ඡා කරන්න.
- සමමිතිය සාකච්ඡා කර $x = -p$ රේඛාව හරහා ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර සමමිතික වන බව පැහැදිලි කරන්න.
- පහත අවස්ථා සඳහා වර්ගජ ශ්‍රිතයේ හැසිරීම සාකච්ඡා කරන්න.
  (i) $\Delta > 0$ විට $a > 0$ සහ $a < 0$ අවස්ථා
  (ii) $\Delta = 0$ විට $a > 0$ සහ $a < 0$ අවස්ථා
  (iii) $\Delta < 0$ විට $a > 0$ සහ $a < 0$ අවස්ථා
  මෙහි Δ යනු $f(x) = ax^2 + bx + c$ ශ්‍රිතයේ විවේචකය ලෙස හැඳින්වෙන අතර $\Delta = b^2 - 4ac$ වේ.
- $f(x) = a\left\{\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2\right\} - \left(\dfrac{b^2 - 4ac}{a}\right)$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.
- $a > 0$ විට $f(x)$ට $a > 0$ ස්ථානීය අවමයක් ද $a < 0$ විට $f(x)$ට ස්ථානීය උපරිමයක් ද ඇති බව පැහැදිලි කරන්න.

4. $a > 0$ සහ $a < 0$ සලකා $b^2 - 4ac > 0$, $b^2 - 4ac < 0$ සහ $b^2 - 4ac = 0$ අවස්ථා සඳහා වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

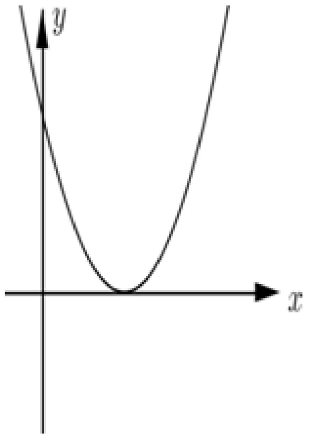
$a > 0,\ b^2 - 4ac > 0$



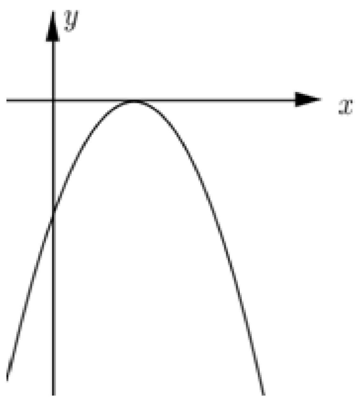
$a < 0,\ b^2 - 4ac > 0$



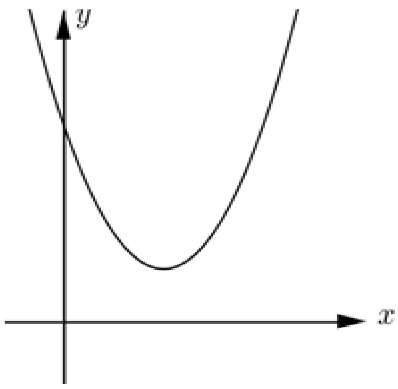
$a > 0,\ b^2 - 4ac = 0$



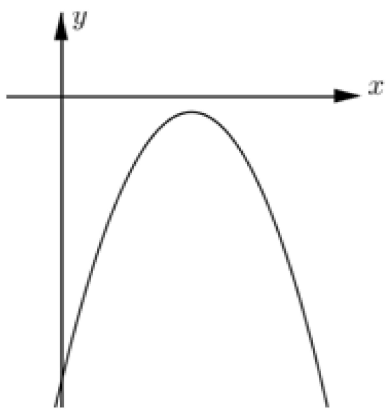
$a < 0,\ b^2 - 4ac = 0$



$a > 0,\ b^2 - 4ac < 0$



$a > 0,\ b^2 - 4ac < 0$



5. සිසුන් විසින් අඳින ලද ප්‍රස්තාර ඇසුරෙන් වර්ගජ ශ්‍රිතයේ ගුණ අවධාරණය කරන්න.

6. • වර්ගජ ශ්‍රිතයක ශූන්‍යතාව විස්තර කරන්න.
   • වර්ගජ ශ්‍රිතය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.2 : වර්ගජ සමීකරණයක මූල විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 15

ඉගෙනුම් පල : 1. වර්ගජ සමීකරණය යනු කුමක් දැයි හඳුන්වයි.

2. වර්ගජ සමීකරණයක මූල සොයයි.
3. වර්ගජ සමීකරණයක මූලවල ඓක්‍යය සහ ගුණිතය එහි සංගුණක ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරයි.
4. වර්ගජ සමීකරණයක මූලවල ස්වභාවය විස්තර කරයි.
5. α සහ β සහිත සමමිතීය ප්‍රකාශන මූල වන පරිදි වූ වර්ගජ සමීකරණ සොයයි.
6. වර්ගජ ශ්‍රිත හා වර්ගජ සමීකරණ ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.
7. මූල වෙනත් ආකාරවලට පරිණාමනය කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $a \neq 0$, $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$ වන $ax^2+bx+c=0$ ආකාරයේ සමීකරණයක් වර්ගජ සමීකරණයක් ලෙස හැඳින්වෙන බව ප්‍රකාශ කරන්න.
   - $a \neq 0$ $a,b,c \in \mathbb{R}$ වන වර්ගජ ශ්‍රිතයේ ශුන්‍ය ලක්ෂ්‍ය ලබා දෙන $ax^2+bx+c=0$ එහි මූල ලෙස හැඳින්වෙන බව ප්‍රකාශ කරන්න.
2. වර්ගජ සමීකරණයකට ප්‍රභින්න මූල දෙකකට වඩා වැඩි ගණනක් තිබිය නොහැකි බව සාධනය කරන්න.
   - එම මූල α හා β නම්

     $\alpha=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a},\quad \beta=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ බව පෙන්වන්න.
3. $ax^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ මූල α සහ β නම් $\alpha+\beta=\dfrac{-b}{a}$ සහ $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$.

   බව පෙන්වන්න.
4. $b^2-4ac>0$, $b^2-4ac=0$ සහ $b^2-4ac<0$ වීම අනුව වර්ගජ සමීකරණයේ මූල තාත්ත්වික ප්‍රභින්න හෝ තාත්ත්වික සමපාත හෝ අතාත්ත්වික හෝ වන බව පෙන්වන්න.
   - මෙහි විලෝමය ද සත්‍ය බව පෙන්වන්න.

     වර්ගජ සමීකරණය මූල තාත්ත්වික වීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාවය $b^2-4ac \geq 0$ වීම බව පැහැදිලි කරන්න.
   - $\Delta = b^2-4ac$ ට $ax^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ විවේචකය යයි කියනු ලබන බව පවසන්න.

- මූල දෙක ම ධන වීම, මූල දෙක ම සෘණ වීම, එක් මූලයක් ධන සහ අනෙක් මූලය සෘණ වීම, එක් මූලයක් ශුන්‍ය වීම යන අවස්ථා වර්ගජ සමීකරණයක සංගුණක මඟින් ලබාගන්න.

5. $ax^2 + bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල α සහ β නම් α සහ β හි සමමිතීය ප්‍රකාශන මූල වන සමීකරණ ලබා ගන්න.

   (i) $\alpha^2, \ \beta^2$

   (ii) $\alpha^3 + 1, \ \beta^3 + 1$

   (iii) $\dfrac{\alpha}{\beta}, \ \dfrac{\beta}{\alpha}$ යනාදිය

   - වර්ගජ සමීකරණ දෙකකට පොදු මූලයක් තිබීම සඳහා අවශ්‍යතාව සාකච්ඡා කරන්න.

6. වර්ගජ සමීකරණ ආශ්‍රිත සුදුසු ගැටලු විසඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

7. සුදුසු පරිණාමය භාවිත කර මූලවල සමමිතික ප්‍රකාශන මූල වන සමීකරණ සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 12 : **ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත හා බැඳුණු ගැටලු විසඳයි.**

නිපුණතා මට්ටම 12.1 : ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත පැහැදිලි කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත අර්ථ දක්වයි.

2. ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතවල වසම හා පරාසය ප්‍රකාශ කරයි.

3. ප්‍රධාන අගයයන් හඳුනා ගනියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $y = \sin x$ නම් y දී ඇති විට x හි අගය ලෙස $x = \sin^{-1} y$ දැක්විය හැකි බව සහ $x = \sin^{-1} y$ ශ්‍රිතයක් නොවන බව පහදා දෙන්න.

   නමුත් $y = \sin x$ හි වසම සීමා කිරීමෙන් එය ශ්‍රිතයක් ලෙස සැකසිය හැකි ය.

2. මෙහි $\sin x$ හි වසම සාමාන්‍යයෙන් $\frac{-\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ ට සීමා කරයි.

   x හා y අතුරුමාරු කිරීමෙන් $y = \sin^{-1} x$ ලෙස ද දැක්විය හැකි ය. මෙහි $-1 \le x \le 1$ සහ $\frac{-\pi}{2} \le \sin^{-1} x \le \frac{\pi}{2}$ වේ.

   - එලෙස ම, $0 \le \cos^{-1} x \le \pi$ වන පරිදි $y = \cos^{-1} x$ අර්ථ දැක්වෙන බව පැහැදිලි කරන්න.

3. $y = \tan^{-1} x$ ද අර්ථ දක්වා එහි $\frac{-\pi}{2} < \tan^{-1} x < \frac{\pi}{2}$ වන වසමට අයත් අගයන් එහි ප්‍රධාන අගයන් බව පැහැදිලි කරන්න.

$y = \sin^{-1} x$; වසම $[-1,1]$ පරාසය $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

$y = \cos^{-1} x$; වසම $[-1,1]$ පරාසය $[0, \pi]$

$y = \tan^{-1} x$; වසම $(-\infty, \infty)$ පරාසය $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

නිපුණතා මට්ටම 12.2 : ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත ජ්‍යාමිතික ව නිරූපණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අඳියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. පහත ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර අඳින්න.
   ඒවායේ වසම සහ පරාසය ප්‍රකාශ කරන්න.
   $y = \sin^{-1} x$, $y = \cos^{-1} x$, $y = \tan^{-1} x$

නිපුණතා මට්ටම 12.3 : ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත හා බැඳුණු ගැටලු විසඳයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. සරල ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත ඇතුළත් සරල ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 11 : **ත්‍රිකෝණමිතික ගැටලු විසඳීම සඳහා සයින් නීතිය සහ කෝසයින් නීතිය යොදා ගනියි.**

නිපුණතා මට්ටම 11.2 : සයින් නීතිය සහ කෝසයින නීතිය භාවිතයේ යොදවයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල : 1. සයින් නීතිය සාධනය කරයි.

2. කෝසයින නීතිය සාධනය කරයි.

3. සයින් නීතිය හා කෝසයින් නීතිය ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C}$ යන සයින් නීතිය ත්‍රිකෝණ වර්ග තුන සඳහා සාධනය කරන්න.

2. කෝසයින් නීතිය

   $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ \cos A$

   $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ \cos B$

   $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ \cos C$ ත්‍රිකෝණ වර්ග තුන සඳහා ම සාධනය කරන්න.

3. ප්‍රමාණවත් දත්ත දී ඇති විට ත්‍රිකෝණවල කෝණවල විශාලත්වය හෝ පාදවල දිග නිර්ණය කිරීම් ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

   - ත්‍රිකෝණවල ලක්ෂණ ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් මෙහෙයවන්න.

නිපුණතාව 13 : ශ්‍රිතයක සීමාව නිර්ණය කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 13.1 : ශ්‍රිතයක සීමාව පැහැදිලි කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. සීමාව යන්නෙහි අදහස පැහැදිලි කරයි.

2. ශ්‍රිතයක සීමා නොපවතින අවස්ථා වෙන් කර දක්වයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $x \in \mathbb{R}$ විට x හි අගය පරිමේය සංඛ්‍යාවකට සමාන නොවී "a" නම් පරිමේය සංඛ්‍යාවක් කරා ළඟා වන විට ශ්‍රිතයේ හැසිරීම සාකච්ඡා කරන්න.
2. $\lim_{x \to a} f(x)$ නොපවතින අවස්ථා පැහැදිලි කර ලක්ෂ්‍යයක දී ශ්‍රිතයක සීමාව සහ එම ලක්ෂ්‍යයේ දී ශ්‍රිතයේ අගය අතර වෙනස උදාහරණ මඟින් පෙන්වා දෙන්න. ප්‍රාස්තාරික ව ද පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.2 : සීමා පිළිබඳ ප්‍රමේයය හසුරුවයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල : 1. සීමා පිළිබඳ ප්‍රමේයයන් ප්‍රකාශ කරයි.

2. සීමා පිළිබඳ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. f හා g යනු $x \to a$ වන විට සීමාවක් පවතින ශ්‍රිත යැයි උපකල්පනය කරන්න. මෙහි a තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවකි. පහත ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කරන්න.
   1. k නියතයක් විට $f(x) = k$ යැයි ගනිමු

      එවිට $\lim_{x \to a} f(x) = k$ වේ.
   2. k නියතයක් විට $\lim_{x \to a} kf(x) = k \lim_{x \to a} f(x)$ වේ.
   3. $\lim_{x \to a} \left[f(x) \pm g(x) \right] = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)$
   4. $\lim_{x \to a} \left[f(x).g(x) \right] = \lim_{x \to a} f(x).\lim_{x \to a} g(x)$
   5. $\lim_{x \to a} g(x) \neq 0$ නම් $\lim_{x \to a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \to a} f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}$
   6. $\lim_{x \to a} \left[f(x) \right]^n = \left[\lim_{x \to a} f(x) \right]^n$; $n \in \mathbb{N}$
   7. $f(x) \geq 0$ විට $\lim_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \to a} f(x)}$; $n \in \mathbb{N}$

8. සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා f බහුපද ශ්‍රිතයක් විට, $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

9. a ඇතුළත් ප්‍රාන්තරයක $x = a$ හිදී හැර, සියලු x සඳහා $f(x) = g(x)$ නම්, එවිට $\lim_{x\to a} f(x) = \lim_{x\to a} g(x)$

ඉහත ප්‍රමේය සාධනය කිරීම අපේක්ෂා නොකෙරේ.

2. උදාහරණ මගින් ඉහත ප්‍රමේයයන් භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳන ආකාරය පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.3 : ගැටලු විසඳීම සඳහා $\lim_{x\to a}\left(\dfrac{x^n - a^n}{x - a}\right) = na^{n-1}$ සීමාව භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල : 1. n පරිමේය සංඛ්‍යාවක් විට $\lim_{x\to a}\left(\dfrac{x^n - a^n}{x - a}\right) = na^{n-1}$ බව සාධනය කරයි.

2. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් සීමා ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ධන නිඛිල n සඳහා ඉහත ප්‍රමේයය සාධනය කර සෘණ නිඛිල n සඳහා එය අපෝහනය කරන්න. ඉන්පසු ඕනෑ ම n පරිමේය සංඛ්‍යාවක් සඳහා ඉහත ප්‍රමේයය සත්‍ය බව සාධනය කරන්න.
2. සුදුසු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.4 : ගැටලු විසඳීමට $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right) = 1$ සීමාව භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල : 1. සැන්ඩ්විච් ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරයි.

2. $\lim_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right) = 1$ ප්‍රතිඵලය සාධනය කරයි.

3. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. a අයත් විවෘත ප්‍රාන්තරයක, a ඇතුළත් වන හෝ නොවන හෝ සේ සියලු x අගයන් සඳහා $f(x) \le h(x) \le g(x)$ සහ $\lim_{x\to a} f(x) = \ell = \lim_{x\to a} g(x)$ නම් එවිට $\lim_{x\to a} h(x) = l$ වේ. මෙම ප්‍රමේයයේ සාධනය අවශ්‍ය නොවේ.

2. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (x රේඩියනවලින් මැන ඇත) ප්‍රකාශ කරන්න.

x රේඩියනවලින් මැන ඇති විට $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$ බව ජ්‍යාමිතික ක්‍රමයකින් සාධනය කරන්න. ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන් $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{\sin x}{x} = 1$ බව අපෝහනය කරන්න.

3. සුදුසු ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.5 : ඒක පාර්ශ්වික සීමා විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. ඒක පාර්ශ්වික සීමා විවරණය කරයි.

2. දෙන ලද තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක දී දෙන ලද ශ්‍රිතයක ඒක පාර්ශ්වික සීමා සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$, $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ සාකච්ඡා කරන්න.

2. ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \infty$ සහ $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$ බව සිසුන්ට තහවුරු කරන්න.

එසම ලෙස $\mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^-$ සලකන්න.

3. $x \to a^-$, $f(x) \to \pm\infty$ සහ $x \to a^+$ විට $f(x) \to \pm\infty$ වැනි සීමා අනන්ත සීමා හා ඒකපර්ශවික සීමා (වමත් හෝ දකුණත් හෝ) ලෙස හැඳින්වේ.

$x \to \pm\infty$ විට $f(x)$ හි සීමාව පරිමිත හෝ අපරිමිත හෝ වන අවස්ථා හඳුනා ගන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.6 : අනන්තයේ දී සීමාව සොයා පරිමේය ශ්‍රිතවල සීමාව සෙවීම සඳහා එය භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. x අපරිමිත අගයක් කරා එළඹෙන විට සීමාව පවතින හෝ නොපවතින අවස්ථා වෙන් කර දක්වයි.

2. තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ පැහැදිලි කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $P(x)$ හා $Q(x)$ යනු මාත්‍ර පිළිවෙළින් n හා m වන බහුපද වන විට $\lim_{x\to-\infty}\frac{P(x)}{Q(x)}$ සහ $\lim_{x\to+\infty}\frac{P(x)}{Q(x)}$ සීමාවල $\left[Q(x)\neq 0\right]$

   (i) $n<m$

   (ii) $n=m$

   (iii) $n>m$ අවස්ථා සුදුසු උදාහරණ මගින් වෙන වෙන ම සාකච්ඡා කරන්න.

   මෙම සීමා අනන්තයේ දී සීමා ලෙස හඳුන්වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

2. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\ell$ (ℓ පරිමිත සංඛ්‍යාවකි) විට තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ ඇති වන බව පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 13.7 : අනන්ත සීමා විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 01

ඉගෙනුම් පල : 1. සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ පැහැදිලි කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $f(x)=\frac{p(x)}{q(x)}$ යැයි ගනිමු. $q(x)$ හි ශූන්‍යයක් a යැයි ගනිමු. එවිට, $\lim_{x\to a^-} f(x)=\pm\infty$ සහ $\lim_{x\to a^+} f(x)=\pm\infty$ වන්නේ දැයි පරීක්ෂා කරන්න.

   සටහන : $q(x)$ සඳහා ශූන්‍ය කිහිපයක් ඇත්නම් $f(x)$ සඳහා සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ කිහිපයක් පවතී. $q(x)$ සඳහා ශූන්‍යයක් නොපවතී නම් $f(x)$ සඳහා සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ නැත.

නිපුණතා මට්ටම 13.8 : ලක්ෂ්‍යයක දී සන්තතිකතාව විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. ලක්ෂ්‍යයක සන්තතිකතාව උදාහරණ භාවිතයෙන් පැහැදිලි කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $\lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a^-} f(x)=\lim_{x\to a^+} f(x)=f(a)$ නම්, එවිට $x=a$ හි දී ශ්‍රිතය සන්තතික වේ යන්න පැහැදිලි කරන්න.

සංයුක්ත ගණිතය - II

නිපුණතාව 2 : **ඒකතල බල පද්ධති භාවිත කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 2.4 : ඒකතල බල තුනක ක්‍රියාව යටතේ අංශුවක සමතුලිතතාව විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල :

1. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල තුනක සමතුලිතතාව විස්තර කරයි.
2. ඒකතල බල තුනක් යටතේ අංශුවක් සමතුලිත ව පැවතීම සඳහා තිබිය යුතු අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
3. ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන ඒකතල බල තුනක සමතුලිතතා ව සඳහා වූ බල ත්‍රිකෝණ නියමය ප්‍රකාශ කරයි.
4. බල ත්‍රිකෝණ නියමයේ විලෝමය ප්‍රකාශ කරයි.
5. ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන ඒකතල බල තුනක සමතුලිතතා ව සඳහා ලාමිගේ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරයි.
6. ලාමිගේ ප්‍රමේයය සාධනය කරයි.
7. ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන බල තුනක සමතුලිතතා ව ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන බල පද්ධතියක් යටතේ අංශුවක් සමතුලිත නම් සම්ප්‍රයුක්ත බලය ශුන්‍ය වේ.
2. බල තුනක ක්‍රියාකාරිත්වය යටතේ අංශුවක් සමතුලිතතාවයේ පැවතීමට නම්, ඉන් ඕනෑ ම බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය තුන්වන බලයට විශාලත්වයෙන් සමාන දිශාවෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ විය යුතුයි.
3. **බල ත්‍රිකෝණ නියමය**

   අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල තුනක් විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන් ත්‍රිකෝණයක අනුපිළිවෙළින් ගත පාද මගින් නිරූපණය කළ හැකි නම්, එම බල තුන යටතේ අංශුව සමතුලිතතාවයේ පවතී.

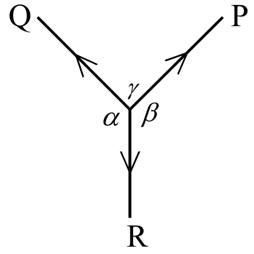
   බල ත්‍රිකෝණ නියමය සාධනය කරන්න.
4. **බල ත්‍රිකෝණ නියමයේ විලෝමය**

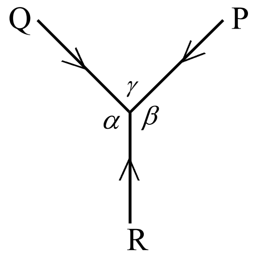
   අංශුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල තුනක් යටතේ අංශුවක් සමතුලිතතාවයේ පවතී නම්, එම බල තුන ත්‍රිකෝණයක අනුපිළිවෙළින් ගත් පාද ඔස්සේ විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන් දැක්විය හැකිය.

   - බල ත්‍රිකෝණ නියමයේ විලෝමය සාධනය කරන්න.
   - බල ත්‍රිකෝණ නියමය හා එහි විලෝමය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

5. **ලාමිගේ ප්‍රමේයය**

ලක්ෂ්‍යයක් මත ක්‍රියා කරන බල තුනක් සමතුලිතතාවයේ පවතී නම්, ඒ එක් එක් බලයේ විශාලත්වය අනෙක් බල දෙක අතර කෝණයේ සයිනයට අනුලෝම ව සමානුපාතික වේ.





P, Q, R බල තුන යටතේ අංශුව සමතුලිත වේ නම් එවිට

$$\frac{P}{\sin\alpha} = \frac{Q}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\gamma}$$

6. ලාමිගේ ප්‍රමේයය සාධනය කරන්න.
7. බල ත්‍රිකෝණ නියමය හා එහි විලෝමය සහ ලාමිගේ ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.5 : දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බලවල සම්ප්‍රයුක්තය විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

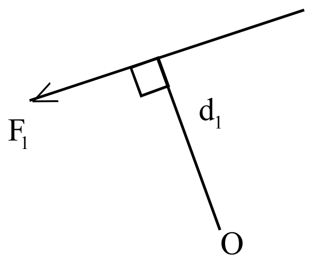
ඉගෙනුම් පල :

1. දෘඪ වස්තුව විස්තර කරයි.
2. බල සම්ප්‍රේෂ්‍යතා මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරයි.
3. බලයක උත්තාරණය සහ භ්‍රමණය පැහැදිලි කරයි.
4. ලක්ෂ්‍යයක් වටා බලයක ඝූර්ණය අර්ථ දක්වයි.
5. ඝූර්ණයේ මාන සහ ඒකක ප්‍රකාශ කරයි.
6. ඝූර්ණයේ භෞතික අදහස පැහැදිලි කරයි.
7. ලක්ෂ්‍යයක් වටා බලයක ඝූර්ණයේ විශාලත්වය සහ එහි දිශාව සොයයි.
8. ලක්ෂ්‍යයක් වටා බලයක ඝූර්ණයේ විශාලත්වය ජ්‍යාමිතික ව නිරූපණය කරයි.
9. ඒකතල බල පද්ධතියක තලයේ ලක්ෂ්‍යයක් වටා බලවල ඝූර්ණවල වීජීය ඓක්‍යය නිර්ණය කරයි.
10. බල පද්ධතියක ඝූර්ණය පිළිබඳ සාධාරණ මූලධර්මය භාවිත කරයි.

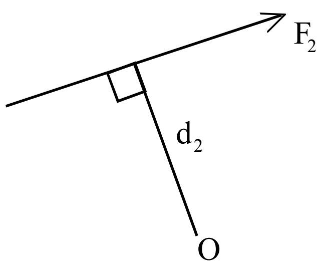
ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ඕනෑම විශාලත්වයකින් යුත් බාහිර බලයක් යෙදුව ද ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර දුර නොවෙනස් ව පවතින වස්තුවක් දෘඪ වස්තුවක් ලෙස විස්තර කරන්න.

2. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන බලයක් එහි ක්‍රියා රේඛාවේ ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන්නේ යැයි සැලකිය හැකි බව පහදන්න.
තව ද ඉහත සංසිද්ධිය බල සම්ප්‍රේෂණය ලෙස හඳුන්වන බව පැහැදිලි කරන්න.
3. බලයකින් සරල රේඛීය චලිතයක් මෙන් ම භ්‍රමණයක් ද ඇති විය හැකි බව පෙන්වා දෙන්න.
4. ''ලක්ෂ්‍යයක් වටා බලයක ඝූර්ණය යනු බලයේ විශාලත්වය සහ එම ලක්ෂ්‍යයේ සිට බලයේ ක්‍රියා රේඛාවට ඇති ලම්බ දුරෙහි ගුණිතය වේ.'' යන අර්ථ දැක්වීම ඉදිරිපත් කරන්න.
5. ඝූර්ණයේ මාන $ML^2\ T^{-2}$ සහ එහි ඒකක Nm බව පෙන්වන්න.
6. දෘඪ වස්තුවක් මත බාහිර බලයක ක්‍රියාවේ ප්‍රතිඵලයක් ලෙස කිසියම් ලක්ෂ්‍යයක් වටා භ්‍රමණය වීමට ප්‍රවණතා මිනුමක් ලෙස ඝූර්ණය පිළිබඳ සංකල්පය ගොඩනගන්න. (ද්විමාන අවස්ථා සඳහා පමණි)
   - මෙම ඝූර්ණය මගින් මැනෙන්නේ එම ලක්ෂ්‍යය සහ බලයේ ක්‍රියා රේඛාව මගින් නිර්ණය කෙරෙන තලයට ලම්බ රේඛාවක් වටා හැරවුම් ඵලයක් බව සිසුන්ට අවබෝධ කර දෙන්න.
7. ඝූර්ණයේ අත (අභිදිශාව) දක්ෂිණාවර්ත ව හෝ වාමාවර්ත ව හෝ සැලකිය හැකි අවස්ථා ආදර්ශනය කරන්න.
   - ලකුණු සම්මුතියට අනුව වාමාවර්ත ඝූර්ණය ධන ලෙස ද දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය ඍණ ලෙස ද සලකනු ලබන බව පහදා දෙන්න.



O ලක්ෂ්‍යය වටා F_1 බලයේ ඝූර්ණය $= F_1 \times d_1$



O ලක්ෂ්‍යය වටා F_2 බලයේ ඝූර්ණය $= F_2 \times d_2$

$= F_2\ d_2$

O $= -F_2 \times d_2$

8. විශාලත්වයෙන් දිශාවෙන් සහ පිහිටීමෙන් $\overline{AB}$ මගින් නිරූපණය වන විශාලත්වය F වූ බලයක O ලක්ෂ්‍යය වටා ඝූර්ණයේ විශාලත්වය OAB ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය මෙන් දෙගුණයක් වන බව පැහැදිලි කරන්න.
9. දෙන ලද ඒකතල බල පද්ධතියකට අයත් බලවල තලයේ ලක්ෂ්‍යයක් වටා ඝූර්ණවල වීජීය ඓක්‍යය සෙවීමේ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
10. ඒකතල බල පද්ධතියක් මත ක්‍රියා කරන තලයේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් වටා එම බලවල ඝූර්ණවල වීජීය ඓක්‍යය, එම බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය එම ලක්ෂ්‍යය වටා ඇති කරන ඝූර්ණයට සමාන බව ප්‍රකාශ කරන්න. (සාධනය අපේක්ෂා නොකෙරේ)
    - සුදුසු උදාහරණ මගින් පැහැදිලි කරන්න.
    - ඝූර්ණය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට සිසුන් මෙහෙයවන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.6 : දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන සමාන්තර ඒකතල බල දෙකක පලය විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :
1. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන සමාන්තර නොවන බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය භාවිත කරයි.
2. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන සමාන්තර බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය භාවිත කරයි.
3. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන බල දෙකක සමතුලිතතාව සඳහා තිබිය යුතු අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
4. බල යුග්මය විස්තර කරයි.
5. බල යුග්මයක බමනත විස්තර කරයි.
6. බල යුග්මයක ඝූර්ණයේ විශාලත්වය ගණනය කරයි.
7. බල යුග්මයක ඝූර්ණය, ඝූර්ණය ගනු ලබන ලක්ෂ්‍යයෙන් ස්වායත්ත බව ප්‍රකාශ කරයි.
8. ඒකතල බල යුග්ම දෙකක් තුල්‍ය වීමට අවශ්‍යතාව ප්‍රකාශ කරයි.
9. ඒකතල බල යුග්ම දෙකක් සමතුලිත වීමට අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
10. ඒකතල බල යුග්ම දෙකක් සංයෝජන කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

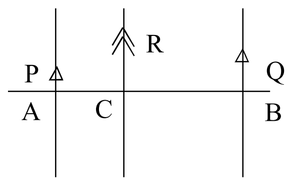
1. බල දෙක සමාන්තර නොවන විට, බල දෙක එක් ලක්ෂ්‍යයක දී හමු වන බැවින් ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්තය සෙවීමට බල සමාන්තරාස්‍ර නියමය යෙදිය හැකි ආකාරය පෙන්වා දෙන්න.

2. එකිනෙකට සමාන්තර රේඛා ඔස්සේ ක්‍රියා කරන බල, සමාන්තර බල ලෙස හඳුන්වන්න.

- සමාන්තර බල දෙකක් එක ම දිශාවට ක්‍රියා කරන විට, ඒවා සජාතීය බල වශයෙන් ද, ප්‍රතිවිරුද්ධ අතට ක්‍රියා කරන විට විජාතීය බල වශයෙන් ද හැඳින්වෙන බව ද ප්‍රකාශ කරන්න.
- බල සමාන්තරාස්‍ර නියමය මඟින් ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්තය සොයා ගත නොහැකි බව පැහැදිලි කරන්න.
- සජාතීය බල දෙක P සහ Q ද සම්ප්‍රයුක්තය R ද ඒවායේ ක්‍රියා රේඛාවලින් කිසියම් සරල රේඛාවක් පිළිවෙළින් A, B සහ C ලක්ෂ්‍යවල දී ඡේදනය වේ නම් ද, අවස්ථා දෙකේ දී ම $P.AC = Q.BC$ වන බව ද ප්‍රකාශ කරන්න.

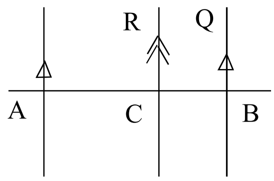
P හා Q බල දෙක සජාතීය නම් $R = P + Q$ බව ද

$P > Q$



$P(AC) = Q(BC)$

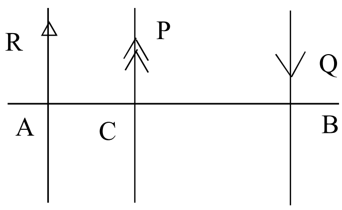
$P < Q$



$P(AC) = Q(BC)$

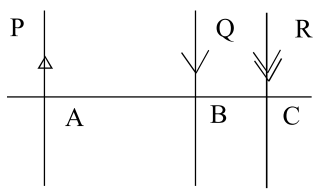
P හා Q බල දෙක විජාතිය නම්

$a)$ $P > Q$ නම් $R = P - Q$ බව ද



R = P - Q
P.AC=Q(BC)

$b)$ $P < Q$ නම් $R = Q - P$ බව ද



R = Q - P
P(AC)= Q(BC)

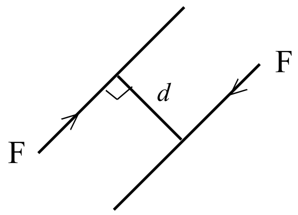
3. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන බල දෙකක් සමතුලිත වීමට බල දෙක ඒක රේඛීය ද විශාලත්වයෙන් සමාන සහ දිශාවෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ ද විය යුතු බව පෙන්වා දෙන්න.

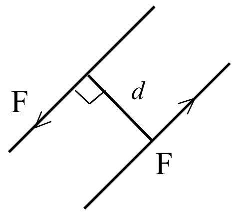
4. විශාලත්වයෙන් සමාන ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට ක්‍රියා කරන, ඒක රේඛීය නොවන සමාන්තර බල දෙකකින් බල යුග්මයක් සමන්විත වන බව හඳුන්වා දෙන්න. මේ අවස්ථාවේ දී බල දෙකෙහි දෛශික ඓක්‍යය ශූන්‍ය වන බව ද ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් වටා බල දෙකෙහි ඝූර්ණවල වීජීය ඓක්‍යය නිශ්ශූන්‍ය බව ද පෙන්වා දෙන්න. එබැවින් උත්තාරණ චලිතයක් ඇති නොවන බවත් හැරවුම් ඵලයක් පමණක් ඇති බවත් පෙන්වා දෙන්න.

5. බල යුග්මයක බමනත පැහැදිලි කරන්න.

6. යුග්මයේ තලයේ වූ ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් වටා බල යුග්මයක ඝූර්ණය, බල යුග්මය සෑදන එක් බලයක විශාලත්වයේත් බල දෙකේ ක්‍රියා රේඛා අතර ලම්බ දුරේත් ගුණිතය වන බව පෙන්වා දෙන්න.

   ලකුණු සම්මුතිය අනුව වාමාවර්ත ඝූර්ණය ධන ලෙස ද දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය ඍණ ලෙස ද සලකන බව සඳහන් කරන්න.

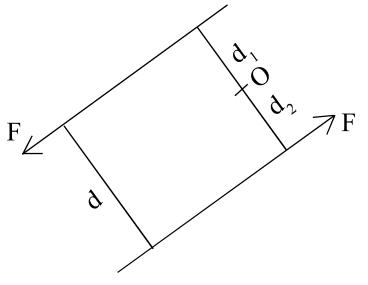


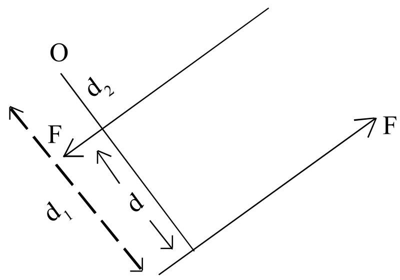


බල යුග්මයේ ඝූර්ණය $= \mathrm{F} \times d$
$= -\mathrm{F}\, d$

බල යුග්මයේ ඝූර්ණය $= \mathrm{F} \times d$
$= \mathrm{F} \times d$

7.





බල දෙකෙහි O වටා ඝූර්ණය $= \mathrm{F} \times d_1 + \mathrm{F} \times d_2$

$$= \mathrm{F}(d_1 + d_2) = \mathrm{F} \times d$$

- යුග්මයේ තලයෙහි වෙනත් ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් වටා ද ඉහත ඝූර්ණය ම ලැබෙන බව පෙන්වා දෙන්න.

8. සමාන ඝූර්ණ සහිත (එක ම විශාලත්වය සහ එක ම අත ඇති) ඒකතල බල යුග්ම දෙකකින් දෘඪ වස්තුවක් මත එක ම භ්‍රමණ ඵලය ඇති කරන බැවින් ඒවා තුල්‍ය වේ.
9. එක ම විශාලත්වය සහ ප්‍රතිවිරුද්ධ අත ඇති බල යුග්ම දෙකක් දෘඪ වස්තුවක් මත එක විට යෙදූ විට භ්‍රමණ ඵලය ශුන්‍ය වන බැවින් ම බල යුග්ම දෙක එකිනෙකින් සංතුලනය වන බව පෙන්වා දෙන්න.
10. බල යුග්ම දෙකක් හෝ වැඩි ගණනක් හෝ සංයෝජනයේ දී ලකුණු සම්මුතිය යොදා ගෙන ඒවායේ ඝූර්ණවල වීජීය ඓක්‍යය ගත යුතු බව පෙන්වා දෙන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.7 : දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල පද්ධතියක් විශ්ලේෂණය කරයි.

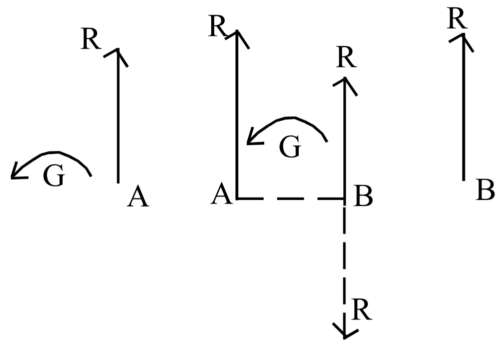
කාලච්ඡේද ගණන : 08

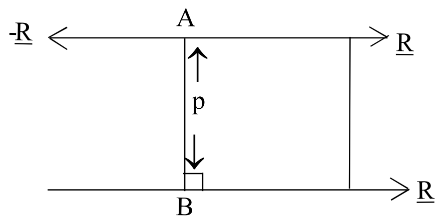
ඉගෙනුම් පල :

1. බල යුග්මයක හා එහි තලයේ ක්‍රියා කරන තනි බලයක සංයෝජනයක් තනි බලයකට ඌනනය කරයි.
2. යම් ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන තනි බලයක්, වෙනත් ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන තනි බලයකට හා යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වයි.
3. ඕනෑ ම ඒකතල බල පද්ධතියක් සාධාරණ වශයෙන් එම තලයේ තෝරාගත් O මූල ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන තනි බලයකට සහ G යුග්මයකට ඌනනය කරයි.
4. ඒකතල බල පද්ධතියක සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය, දිශාව සහ ක්‍රියා රේඛාවේ පිහිටීම සොයයි.
5. ඒකතල බල පද්ධතියක් දෙන ලද ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන තනි බලයකට ඌනනය කරයි.
6. (i) ඒකතල බල පද්ධතියක් තනි බලයකට පමණක් ඌනනය වීම සඳහා අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
   (ii) ඒකතල බල පද්ධතියක් බල යුග්මයකට පමණක් ඌනනය වීම සඳහා අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
   (iii) ඒකතල බල පද්ධතියක් සමතුලිත වීම සඳහා අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
7. ඒකතල බලවල ක්‍රියාකාරිත්වය යටතේ දෘඪ වස්තුවල සමතුලිතතාව ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. G සූර්ණයක් සහිත යුග්මයක් සහ එහි තලයේ ක්‍රියා කරන $\underline{R}$ තනි බලයක් එම බලයේ ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{G}{R}$ දුරකින් ක්‍රියා කරන $\underline{R}$ ට සමාන හා සමාන්තර වූ බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

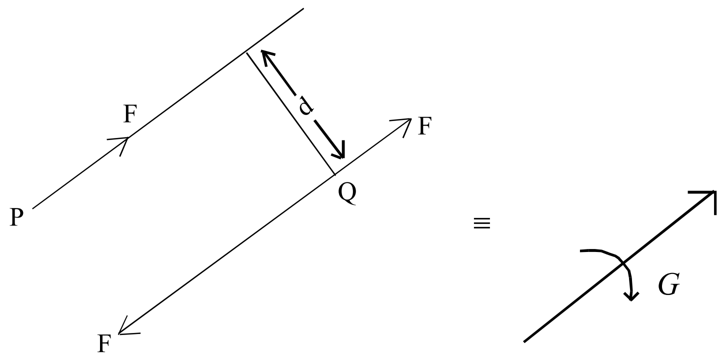




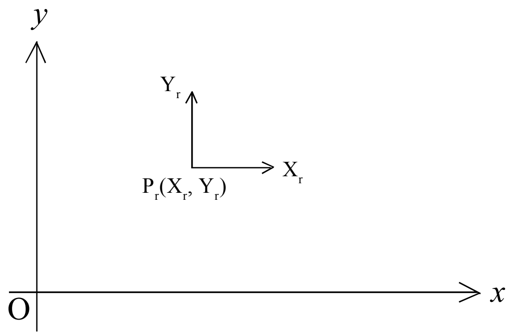
$$G = p.\underline{R}$$

$$p = \frac{G}{R}$$

2. P නම් ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරන F බලයක් Q ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන F බලයකටත් $G = F \times d$ සූර්ණය සහිත බල යුග්මයකටත් තුල්‍ය වන බව පෙන්වා දෙන්න. (මෙහි d යනු බල දෙකෙහි ක්‍රියා රේඛා අතර ලම්බ දුරයි)



3. ඒකතල බල පද්ධතියක් O මූල ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන R තනි බලයකටත් සූර්ණය G වන යුග්මයකටත් ඌනනය වන ආකාරය කාටීසියානු තලයක ඇඳ පෙන්වා දෙන්න.



$P_r\left(x_r, y_r\right)$ හි දී ක්‍රියා කරන $F_r \equiv \left(X_r, Y_r\right)$ ඒකතල බල පද්ධතිය සලකමු.
මෙහි $r = 1,\ 2,\ 3,\ \dots n$ වේ.

$$\underline{\mathrm{R}} = \sum_{r=1}^{n} \underline{\mathrm{F}}_r = \sum_{r=1}^{n}\left(\mathrm{X}_r \underline{i} + \mathrm{Y}_r \underline{j}\right)$$
$$= \left(\sum_{r=1}^{n} \mathrm{X}_r\right)\underline{i} + \left(\sum_{r=1}^{n} \mathrm{Y}_r\right)\underline{j}$$
$$= \mathrm{X}\underline{i} + \mathrm{Y}\underline{j}$$

4. $\underline{\mathrm{R}}$ හි **විශාලත්වය**

$\mathrm{R} = \sqrt{\mathrm{X}^2 + \mathrm{Y}^2}$

R සම්ප්‍රයුක්තය x-අක්ෂය සමග සාදන කෝණය θ නම් $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{\mathrm{Y}}{\mathrm{X}}\right)$ සහ

$\mathrm{G} = \sum_{r=1}^{n}(x_r \mathrm{Y}_r - y_r \mathrm{X}_r)$ වාමාර්තව ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය $\mathrm{G} - x\mathrm{Y} + y\mathrm{X} = 0$

බව ලබා ගන්න.

5. එය තලය මත $\mathrm{P}\left(x, y\right)$ ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන R^1 තනි බලයකට හා G^1 යුග්මයකට ඌනනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

6. $\mathrm{R}^1 = \mathrm{R}$ සහ $\mathrm{G}^1 = \mathrm{G} - x\mathrm{Y} + y\mathrm{X}$ ලබා ගන්න.

එකම තලයේ වූ ඒකතල බල පද්ධති දෙකක් එකිනෙකට තුල්‍ය වීම සඳහා පහත සඳහන් අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා ඉදිරිපත් කරන්න.

එකම තලයේ වූ ඒකතල බල පද්ධති දෙක වෙන වෙන ම OX හා OY වූ එකිනෙකට ලම්බ දිශා දෙකක් ඔස්සේ විභේදනය කළ විට සංරචකවල වීජිය ඓක්‍යය සමාන වීම.

$\mathrm{X}^1 = \mathrm{X}$, $\mathrm{Y}^1 = \mathrm{Y}$ මෙහි X හා Y යනු එක් බල පද්ධතියක් OX හා OY ඔස්සේ සංරචකවල වීජිය ඓක්‍යයන් ද X^1 හා Y^1 යනු අනෙක් බල පද්ධතියේ එම දිශාවලට වූ සංරචකවල වීජිය ඓක්‍යය වේ.

තලයේ වූ ඕනෑ ම (h, k) ලක්ෂ්‍යයක් වටා බල පද්ධති, දෙකෙහි ඝූර්ණවල වීජීය

ඓක්‍යය G_1^1 , G_2^1 නම් $G_1^1 = G_2^1$ වේ. මෙහි $X = \sum_{r=1}^{n} X_r$ සහ $Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r$

7. ඒකතල බල පද්ධතියක් O මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරන $R = X\underline{i} + Y\underline{j}$ තනි බලයකට සහ ඝූර්ණය G වූ යුග්මයකට ඌනනය කළ විට,

   (i) $R \neq 0$ (එනම් X සහ Y යන දෙකෙන් අඩු වශයෙන් එකක්වත් ශූන්‍ය නොවිය යුතුයි)

   $G = 0$ විට මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා යන තනි බලයකට ද $G \neq 0$ විට වෙනත් ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියා කරන තනි බලයකට ද ඌනනය වන බව පෙන්වා දෙන්න.

   (ii) ඉහත ඒකතල බල පද්ධතියක් යුගමයකට ඌනනය වීමට, ඒකතල බල පද්ධතියේ $\underline{R} = \underline{0}$ (එනම් $X = 0$ සහ $Y = 0$) සහ $G \neq 0$ විය යුතු බව පෙන්වා දෙන්න.

   (iii) ඒකතල බල පද්ධතිය සමතුලිත වීමට ඒකතල බල පද්ධතිය O මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරන තනි බලයකට සහ ඝූර්ණය G වූ යුග්මයකට ඌනනය කළ විට $R = 0$ (එනම් $X = 0$ සහ $Y = 0$) සහ $G = 0$ විය යුතු බව පෙන්වා දෙන්න.

   එක් එක් තත්ත්ව සඳහා සුදුසු උදාහරණ සහ ගැටලු සාකච්ඡා කරන්න.

නිපුණතාව 3 : **තලයක සිදුවන චලිත අවස්ථා විස්තර කිරීමට නිව්ටෝනියානු ආකෘතිය යොදා ගනියි.**

නිපුණතා මට්ටම 3.1 : සරල රේඛාවක් ඔස්සේ සිදුවන චලිතය පිළිබඳ ගැටලු විසඳීමට ප්‍රස්තාර උපයෝගී කරගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල :

1. දුර සහ වේගය අර්ථ දක්වයි.
2. දුරෙහි හා වේගයෙහි මාන සහ ඒකක ප්‍රකාශ කරයි.
3. මධ්‍යක වේගය අර්ථ දක්වයි.
4. ක්ෂණික වේගය අර්ථ දක්වයි.
5. ඒකාකාර වේගය අර්ථ දක්වයි.
6. වේගයේ මාන සහ සම්මත ඒකක ප්‍රකාශ කරයි.
7. දුර සහ වේගය අදිශ රාශි බව ප්‍රකාශ කරයි.
8. සරල රේඛාවක් මත චලනය වන අංශුවක පිහිටුම් ඛණ්ඩාංකය අර්ථ දක්වයි.
9. විස්ථාපනය අර්ථ දක්වයි.
10. විස්ථාපනයේ මාන හා ඒකක ප්‍රකාශ කරයි.
11. මධ්‍යක ප්‍රවේගය අර්ථ දක්වයි.
12. ක්ෂණික ප්‍රවේගය අර්ථ දක්වයි.
13. ඒකාකාර ප්‍රවේගය අර්ථ දක්වයි.
14. ප්‍රවේගයේ මාන සහ ඒකක ප්‍රකාශ කරයි.
15. විස්ථාපන-කාල ප්‍රස්තාර අඳියි.
16. ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර මධ්‍යක ප්‍රවේගය විස්ථාපන-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් සොයයි.
17. විස්ථාපන-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් ලක්ෂ්‍යයක දී ක්ෂණික ප්‍රවේගය සොයයි.
18. ත්වරණය අර්ථ දක්වයි.
19. ත්වරණයේ මාන සහ ඒකක ප්‍රකාශ කරයි.
20. මධ්‍යක ත්වරණය අර්ථ දක්වයි.
21. ක්ෂණික ත්වරණය අර්ථ දක්වයි.
22. ඒකාකාර ත්වරණය අර්ථ දක්වයි.
23. මන්දනය අර්ථ දක්වයි.
24. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර අඳියි.

25. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

26. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් මධ්‍යයක ත්වරණය සොයයි.

27. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් ලක්ෂ්‍යයක ක්ෂණික ත්වරණය සොයයි.

28. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් විස්ථාපනය සොයයි.

29. විවිධ අවස්ථා සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර අඳියි.

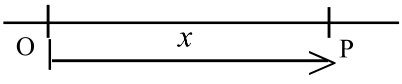
30. විස්ථාපන-කාල සහ ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. චලනය වන අංශුවක් t කාල ප්‍රාන්තරයක දී, එක් පිහිටීමක සිට තවත් පිහිටීමකට, ගමන් කරන විට එහි පෙත දිගේ එම පිහිටීම් දෙක අතර දිග, t කාල ප්‍රාන්තරයේ දී අංශුව ගමන් කළ දුර ලෙස ඉදිරිපත් කරන්න.
   - කාලය අනුබද්ධයෙන් දුර වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව වේගය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
2. දුරෙහි මාන 'L' ද, දුර මනින සම්මත ඒකකය (S. I ඒකකය) m (මීටරය) ද ලෙස හඳුන්වා දෙන්න ඊට අමතර ව mm, cm, km ඒකක ද යොදා ගන්නා බව උදාහරණ මඟින් පහදා දෙන්න.
3. චලනය වන අංශුවක් A හා B පිහිටුම් දෙකක් අතර s දුර ගෙවා යෑමට ගත වන කාලය t නම්, t කාල ප්‍රාන්තරයේ දී අංශුවේ,

   $$\text{මධ්‍යයක ප්‍රවේගය} = \frac{\text{ගමන් මුල කළ දුර } (s)}{\text{ගත වූ කාලය } (t)} = \frac{s}{t}$$

4. චලනය වන අංශුවක යම්කිසි මොහොතක දී වේගයට එම මොහොතේ දී අංශුවේ ක්ෂණික වේගය යැයි කියනු ලැබේ.
5. අංශුවක් යම් කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ සෑම මොහොතක ම ක්ෂණික වේගය නියත ව පවතින පරිදි චලනය වේ නම් එවිට අංශුව ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වේ යැයි කියනු ලැබේ.
6. වේගයේ මාන LT^{-1} වේගය මනින සම්මත ඒකකය (S.I. ඒකකය) තත්පරයට මීටර (ms^{-1}) වේ. මීට අමතර ව kmh^{-1}, cms^{-1} වැනි ඒකක ද හඳුන්වා දෙන්න.
7. දුර යම් ඒකකයකින් මනිනු ලබන විශාලත්වයක් පමණක් ඇති රාශියකි. කාලය ද එසේ ම ය. ඒවාට දිශාවක් නැති බැවින් දුර හා වේගය අදිශ බව පෙන්වා දෙන්න.
8. සරල රේඛාවක් මත චලනය වන P අංශුවක පිහිටුම් ඛණ්ඩාංකය x සංකේතයෙන් දැක්වෙන අතර O ගෙන් දකුණු පැත්තේ හෝ වම් පැත්තේ හෝ පිහිටීම අනුව Pහි පිහිටුම් ඛණ්ඩාංකය $x = \pm|\text{OP}|$ ලෙස අර්ථ දැක්වේ. මෙහි x යනු tහි ශ්‍රිතයක් බව පහදා දෙන්න.



9. දෙන ලද කාල ප්‍රාන්තරයක දී අංශුවක පිහිටුම් ඛණ්ඩාංකයේ වෙනස් වීම විස්ථාපනය ලෙස අර්ථ දක්වන්න. අංශුවේ t_1 සහ t_2 කාලවල දී පිහිටුම් ඛණ්ඩාංක පිළිවෙළින් x_1 සහ x_2 නම්, (t_1, t_2) කාල ප්‍රාන්තරයේ දී අංශුවේ විස්ථාපනය $s = x_2 - x_1$ බව පෙන්වා දෙන්න. විස්ථාපනය දෛශික රාශියක් බව පෙන්වා දෙන්න.

$s > 0$ හෝ $s < 0$ වීම අනුව s හි දිශාව $\rightarrow$ හෝ $\leftarrow$ ලෙස ගන්නා බව පෙන්වා දෙන්න.

10. විස්ථාපනයේ මාන L බව ප්‍රකාශ කරන්න.
    - සම්මත ඒකකය (SI ඒකක) මීටර් (m) වන බවත් ඊට අමතර ව cm, km ආදි ඒකකවලින් ද විස්තාපනය මැනිය හැකි බවත් පෙන්වා දෙන්න.

11. $(t_1,\ t_2)$ කාල ප්‍රාන්තරය තුළ විස්ථාපනය $s = x_2 - x_1$ නම් එම කාල ප්‍රාන්තරය තුළ මධ්‍යක ප්‍රවේගය $\dfrac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
    - මධ්‍යක ප්‍රවේගය ධන හෝ ඍණ හෝ විය හැකි බව පෙන්වන්න.
    - මධ්‍යක ප්‍රවේගය ද දෛශික රාශියක් බව ප්‍රකාශ කරන්න.
    - $[t, t+h]$ කුඩා කාල ප්‍රාන්තරය තුළ දී මධ්‍යක ප්‍රවේගය $\dfrac{x_{(t+h)} - x_{(t)}}{h}$ මගින් දෙනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

12. $h \rightarrow 0$ වන විට ඉහත මධ්‍යක ප්‍රවේගයේ සීමාව $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{x_{(t+h)} - x_{(t)}}{h} = v$ නම් v යනු කාලය t වන මොහොතේ දී අංශුවේ ක්ෂණික ප්‍රවේගය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.

13. ප්‍රවේගය කාලයේ ශ්‍රිතයක් බව ද පැහැදිලි කරන්න.
    - විස්ථාපනය අචල O ලක්ෂ්‍යයක සිට මනිනු ලැබේ නම්, $v = \dfrac{ds}{dt}$ ලෙස ද ලිවිය හැකි බව පෙන්වා දෙන්න.

      එනම්, ප්‍රවේගය යනු කාලය අනුබද්ධයෙන් විස්ථාපනය වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාවයයි.
    - $v > 0$ හෝ $v < 0$ වීම අනුව එහි දිශාව $\rightarrow$ හෝ $\leftarrow$ වේ.

14. කාලය අනුබද්ධයෙන් විස්ථාපනය වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව ප්‍රවේගය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
    - ප්‍රවේගයේ මාන LT^{-1} ද සම්මත ඒකකය ms^{-1} බවද පෙන්වා දෙන්න.
    - ඊට අමතර ව cms^{-1}, kmh^{-1} වලින් ද විශාලත්වය මැනිය හැකි බව පවසන්න

- කිසියම් කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ යම් අංශුවක ඕනෑ ම මොහොතක ක්ෂණික ප්‍රවේගය නියත ව පවතියි නම් එවිට එම කාල ප්‍රාන්තරය තුළ අංශුවේ ප්‍රවේගය ඒකාකාර ප්‍රවේගය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

15. නිදසුන් මඟින් විස්ථාපන-කාල ප්‍රස්තාර ඇඳීම පිළිබඳ අවබෝධය ලබාදෙන්න.
16. යම් අංශුවක, කාලය t_1 සහ t_2 ට අනුරූප විස්ථාපන පිළිවෙළින් s_1 සහ s_2 නම් එම අංශුවේ මධ්‍යක ප්‍රවේගය වන $\dfrac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ යන්න, $P_1\,P_2$ රේඛාවේ අනුක්‍රමණයෙන් ලැබෙන බව පෙන්වා දෙන්න. මෙහි P_1 සහ P_2 යනු පිළිවෙළින් t_1 සහ t_2 කාලයන්ට අනුරූප විස්ථාපන කාල වක්‍ර මත වූ ලක්ෂ්‍යයි.
17. විස්ථාපන කාල ප්‍රස්තාරය මත යම් ලක්ෂ්‍යයක දී අඳින ලද ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය එම ලක්ෂ්‍යයට අනුරූප පිහිටීමේ දී ක්ෂණික ප්‍රවේගය ලබා දෙන බව පෙන්වන්න.

    ක්ෂණික ප්‍රවේගය $= \dfrac{ds}{dt} =$ අනුක්‍රමණය යන සම්බන්ධතාව ලබා ගන්න.
18. කාලය අනුබද්ධයෙන් ප්‍රවේගය වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව ත්වරණය ලෙස හැඳින්වේ. ප්‍රවේගය දෛශිකයක් බැවින් ත්වරණය ද දෛශිකයක් බව පෙන්වා දෙන්න.
19. ත්වරණයේ මාන LT^{-2} බව දක්වන්න.
    - ත්වරණයේ විශාලත්වය මනින සම්මත ඒකකය (SI ඒකකය) ms^{-2} (තත්පර වර්ගයට මීටර) බව පෙන්වා දෙන්න.
    - මෙයට අමතර ව kmh^{-2}, cms^{-2} ආදී ඒකකවලින් ද ත්වරණයේ විශාලත්වය මැනිය හැකි බව පෙන්වා දෙන්න.
20. t_1 සහ $t_2\left(>t_1\right)$ කාලවල දී අංශුවක ප්‍රවේග පිළිවෙළින් v_1 සහ v_2 නම් $\left[t_1, t_2\right]$ කාල ප්‍රාන්තරය තුළ දී මධ්‍යක ත්වරණය $= \dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
    - $\left[t, t+h\right]$ කුඩා කාල ප්‍රාන්තරය තුළ දී මධ්‍යක ත්වරණය $= \dfrac{v_{(t+h)} - v_{(t)}}{h}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
21. $h \to 0$ වන විට මධ්‍යක ත්වරණයේ සීමාව $= \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{v(t+h) - v(t)}{h} = a$ නම් a යනු කාලය t වන මොහොතේ දී අංශුවේ ක්ෂණික ත්වරණය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.
    - $a = \dfrac{dv}{dt}$ බව පෙන්වා දෙන්න.

- මෙම ක්ෂණික ත්වරණයට, කාලය t වන මොහොතේ දී අංශුවේ ත්වරණය යැයි කියනු ලබන බව ද පවසන්න.
- ත්වරණය කාලයේ ශ්‍රිතයක් බව පැහැදිලි කරන්න. ත්වරණය යනු කාලය අනුබද්ධ ව ප්‍රවේගය වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව බව අවධාරණය කරන්න.

22. කිසියම් කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ සෑම මොහොතක දී ම අංශුවක චලිතයේ ක්ෂණික ත්වරණය නියත වේ නම් එම චලිතය ඒකාකාර ත්වරණයකින් සිදු වන චලිතයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
23. ත්වරණය ඍණ වේ නම් එය මන්දනය ලෙස හඳුන්වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.
24. සුදුසු නිදසුන් මඟින් ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර ඇඳීම පිළිබඳ අවබෝධය ලබා දෙන්න.
25. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
26. කාලය t_1 සහ t_2 ට අනුරූප ප්‍රවේග පිළිවෙළින් v_1 සහ v_2 නම් t_1 සහ t_2 අන්ත ලක්ෂ්‍ය ලෙස ඇති සංවෘත කාල ප්‍රාන්තරයේ දී මධ්‍යයක ත්වරණය $\dfrac{v_2 - v_1}{t_2 - t}$ යන්න

    $P_1 \ P_2$ රේඛාවේ අනුක්‍රමණය ලැබෙන බව පෙන්වා දෙන්න.

    මෙහි P_1 සහ P_2 යනු පිළිවෙළින් t_1 සහ t_2 කාලයන්ට අනුරූප විස්ථාපන-කාල වක්‍රය මත වූ ලක්ෂ්‍යයි.
27. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයට යම් ලක්ෂ්‍යයක දී අඳින ලද ස්පර්ශකයේ අනුක්‍රමණය මඟින් එම ලක්ෂ්‍යයට අනුරූප පිහිටීමේ දී ක්ෂණික ත්වරණය ලබා දෙන බව පෙන්වන්න. ක්ෂණික ත්වරණය $a = \dfrac{dv}{dt}$ (අනුක්‍රමණය) මඟින් ලැබෙන බව අපෝහනය කරන්න.

    එසේ ම $a = v\dfrac{dv}{ds}$ බව ද පෙන්වන්න.
28. දෙන ලද කාල ප්‍රාන්තරයක දී ප්‍රස්තාරය සහ කාල අක්ෂය අතර වර්ගඵලයෙන් (කාල අක්ෂයට පහළින් පෙදෙසක් ඇතොත් ඍණ ලකුණත් සමඟ ගනිමින්) විස්ථාපනය ලබා දෙන බව පැහැදිලි කරන්න.
29. 1. නිශ්චල පිහිටීම් (ප්‍රවේගය ශූන්‍ය වන)
    2. ඒකාකාර ප්‍රවේගය
    3. ඒකාකාර ත්වරණය
    4. ඒකාකාර මන්දනය
    5. ඉහත අවස්ථා සංයුක්තයන් සඳහා, ප්‍රවේග කාල වක්‍ර ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
30. ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සරල රේඛාවක චලනය වන අංශුවක චලිතය සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.2 : සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සිදුවන චලිතය පිළිබඳ ප්‍රගතික සමීකරණ උපයෝගී කර ගනී.

කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල :
1. ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වන අංශුවක් සඳහා ප්‍රගතික සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කරයි.
2. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් ප්‍රගතික සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කරයි.
3. ගුරුත්වය යටතේ සිරස් චලිතය සඳහා ප්‍රගතික සමීකරණ භාවිත කරයි.
4. ගැටලු විසඳීම සඳහා ප්‍රගතිත සමීකරණ භාවිත කරයි.
5. ගුරුත්වය යටතේ සිරස් චලිතය සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට විස්ථාපන-කාල ප්‍රස්ථාර හා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ආරම්භක ප්‍රවේගය u අවසාන ප්‍රවේගය v ත්වරණය a කාලය t සහ විස්ථාපනය s යන සම්මත සංකේත හඳුන්වා දෙමින්,

$$v = u + at$$
$$s = \frac{1}{2}(u+v)t$$
$$v = ut + \frac{1}{2}at^2$$
$$v = u^2 + 2as$$

යන ප්‍රගතික සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

2. ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් ප්‍රගතික සමීකරණ ලබා ගැනීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
3. මෙහි දී ත්වරණය සඳහා ගුරුත්වජ ත්වරණය වන (g) යෙදිය යුතු බව පෙන්වා දෙන්න. ගුරුත්වජ ත්වරණය නියතයක්වන බවත් එහි අගය ආසන්න වශයෙන් 10ms^{-2} ලෙස සලකන බවත් පෙන්වා දෙන්න.
4. ප්‍රගතිය සමීකරණ භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන්ව යොමු කරන්න.
5. ගුරුත්වය යටතේ සිරස් චලිතය සඳහා සුදුසු උදාහරණ යොදාගෙන විස්ථාපන කාල හා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර ඇසුරින් ගැටලු විසඳන ආකාරය පහදන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.3 : සරල රේඛාවක් ඔස්සේ ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වන වස්තු අතර සාපේක්ෂ චලිතය විමර්ශනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :

1. ඒකමාන චලිතය සඳහා සමුද්දේශ රාමුව යන සංකල්පය විස්තර කරයි.
2. සරල රේඛාවක් ඔස්සේ චලිත වන වස්තු දෙකකින් එක් වස්තුවකට සාපේක්ෂ ව අනෙක් වස්තුවේ චලිතය විස්තර කරයි.
3. සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වන වස්තු දෙකක් සඳහා සාපේක්ෂ විස්ථාපන මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරයි.
4. සරල රේඛාවක් දිගේ චලිත වන වස්තු දෙකක් සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරයි.
5. සරල රේඛාවක් දිගේ චලනය වන වස්තු දෙකක් සඳහා සාපේක්ෂ ත්වරණ මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරයි.
6. එකම සරල රේඛාවක චලනය වන වස්තු දෙකක් සඳහා සාපේක්ෂ ත්වරණය නියත වන අවස්ථාවල දී, ප්‍රගතික සමීකරණ සහ චලිතය පිළිබඳ ප්‍රස්තාර භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. සරල රේඛාවක් මත චලනය වන අංශුවක් සහ එම සරල රේඛාව ඔස්සේ තිබෙන පරිදි අංශුවට දෘඪ ව සම්බන්ධ කර ඇති අක්ෂයකින් යුක්ත තලයක් එම අංශුවේ සමුද්දේශ රාමුව ලෙස හඳුන්වන්න.
2. උදාහරණ ඇසුරෙන් පහදා දෙන්න.
3. සරල රේඛාවක් මත වූ O සමුද්දේශ රාමුවට සාපේක්ෂ ව P සහ Q අංශුවල විස්ථාපන පිළිවෙළින් $S_{P,O}$ සහ $S_{Q,O}$ නම් P ට සාපේක්ෂව Q හි විස්ථාපනය $S_{Q,P} = S_{Q,O} + S_{O,P}$ බව ලබා ගන්න. මෙහි $S_{O,P} = -S_{P,O}$ බව ද පෙන්වා දෙන්න.
4. සාපේක්ෂ විස්ථාපන සමීකරණය කාලය විෂයෙන් අවකලනයෙන් $\underline{v}_{Q,P} = \underline{v}_{Q,O} + \underline{v}_{O,P}$ බව ලබා ගන්න.
5. ප්‍රවේග සමීකරණය කාලය විෂයෙන් අවකලනයෙන් $\underline{a}_{Q,P} = \underline{a}_{Q,O} + \underline{a}_{O,P}$ බව ලබා ගන්න.
6. සමාන්තර මාර්ග දෙකක් ඔස්සේ චලනය වන අංශු දෙකක් සඳහා සාපේක්ෂ විස්ථාපනය, සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය සහ සාපේක්ෂ ත්වරණය සොයන්න. සමාන්තර මාර්ග අතර දුර නොසැලකිය හැකි තරම් වන අවස්ථා පමණක් සලකන්න.
   - ප්‍රගතිය සමීකරණ සහ චලිතය පිළිබඳ ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීම සිසුන් යොමු කරන්න.

තුන්වන වාරය

නිපුණතාව 14 : **සුදුසු ක්‍රම භාවිතයෙන් ශ්‍රිත අවකලනය කරයි.**

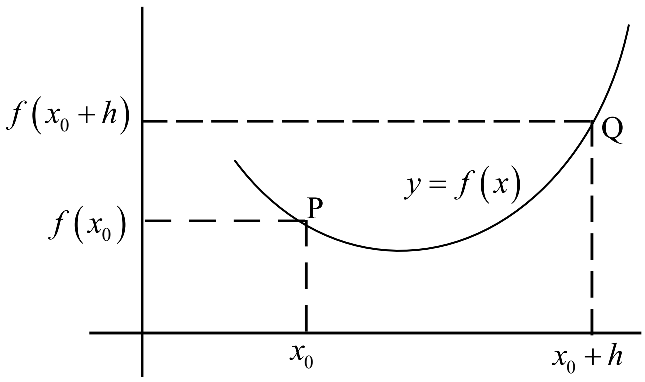
නිපුණතා මට්ටම 14.1 : ශ්‍රිතයක ව්‍යුත්පන්නය පිළිබඳ අදහස පැහැදිලි කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :
1. ශ්‍රිතයක ව්‍යුපන්නය ලක්ෂ්‍යයක දී ස්පර්ශකයේ බෑවුම ලෙස විස්තර කරයි.
2. ශ්‍රිතයක ව්‍යුත්පන්නය සීමාවක් ලෙස අර්ථ දක්වයි.
3. ශ්‍රිතයක ව්‍යුත්පන්නය වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව ලෙස විස්තර කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1.



y යනු x හි ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. එය $y=\mathrm{f}(x)$ මගින් නිරූපණය කරයි. x ඛණ්ඩාංකය x_0 වන පරිදි $y=\mathrm{f}(x)$ වක්‍රය මත ඇත. ලක්ෂ්‍යයක් P යැයි ගනිමු.

එනම් $\mathrm{P}\equiv(x_0,\mathrm{f}(x_0))$

Q යනු $y=\mathrm{f}(x)$ වක්‍රය මත P ට ආසන්න ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු.

Q හි x ඛණ්ඩාංකය $x+h$ නම්, එවිට $\mathrm{Q}\equiv(x_0+h, f(x_0+h))$ වේ.

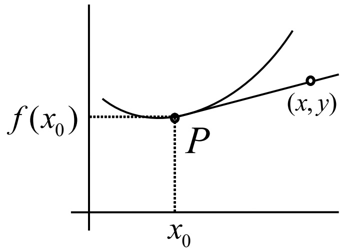
PQ ඡේදන රේඛාවේ බෑවුම m_{PQ} ලෙස නිරූපණය කරමු.

එවිට $m_{\mathrm{PQ}}=\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{x_0+h-x_0}$ $h\neq 0$ සඳහා

$=\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ $h\neq 0$ සඳහා

$h\to 0$ විට $\lim$ m_{PQ} තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් ලෙස පවතියි නම්, එය $y=f(x)$ ප්‍රස්තාරයට P හිදී ඇති ඇඳි ස්පර්ශක රේඛාවේ අනුක්‍රමණය m ලෙස අර්ථ දක්වයි.

$$m_{\mathrm{PQ}}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$



$y=f(x)$ වක්‍රයට P හි දී ඇඳි, බෑවුම m වූ ස්පර්ශක රේඛාවේ සමීකරණය,

$f(x)-f(x_0)=m(x-x_0)$

2. ස්පර්ශක රේඛාවේ බෑවුම අර්ථ දැක්වීම සඳහා භාවිත කළ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ යන සීමාවට නමක් සහ අංකනයක් ඇත. වෙනත් විවිධ අවස්ථාවල දී ද දක්නට ලැබෙන බැවින් එය $x=a$ හි දී $f(x)$ ව්‍යුත්පන්නය ලෙස හඳුන්වන අතර එය $x=x_0$ දී $f(x)$ අවකල්‍යය යැයි ද එහි සීමාව (තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් ලෙස) පවතීයි යැයි ද දී ඇති විට $f^1(x_0)$ ලෙස අංකනය කරයි.

සුදුසු උදාහරණ භාවිතයෙන් පහත අවස්ථාවල දී, $x=x_0$ දී $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය නොපවතින බව පැහැදිලි කරන්න.

(i) $x=x_0$ ඇතුළත් විවෘත ප්‍රාන්තරය තුළ f අර්ථ දක්වා නොමැති විට,

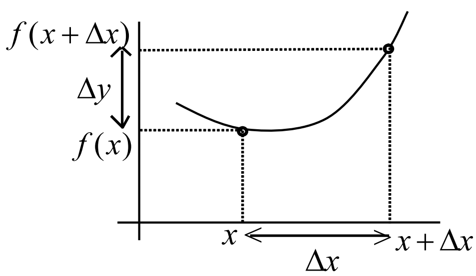
(ii) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ පරිමිත නොවන විට,

(iii) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ අර්ථ නොදැක්වෙන විට

වසමේ සියලු x අගයන් සඳහා ව්‍යුත්පන්නය පවතින පරිදි වූ f ශ්‍රිතය $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්න ශ්‍රිතය ලෙස හඳුන්වයි.

එනම්, $(f^1)(x)=f^1(x)$ සහ $f^1(x)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$

3. y යනු $y=\mathrm{f}(x)$ මගින් දෙනු ලබන x හි ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. ඕනෑ ම x අගයක් සලකමු. x සහ $x+\Delta x$ අන්ත ලක්ෂ්‍ය ලෙස පවතින සංවෘත ප්‍රාන්තරය තුළ x හි වෙනස් වීම Δx යැයි සලකමු.



x අගයේ වෙනස් වීම වන Δx ට අනුරූප y අගයේ වෙනස් වීම අංකනය කරන Δy යන්න $f(x+\Delta x)-f(x)$ ට සමාන වේ.

එම නිසා, x සහ $x+\Delta x$ අන්ත ලක්ෂ්‍ය ලෙස පවතින සංවෘත ප්‍රාන්තරය තුළ වූ x ට සාපේක්ෂ ව y වෙනස් වීමේ මධ්‍යක ශීඝ්‍රතාව $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ වේ.

මෙම $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ වේ. Δx යනු සංකේතයක් මිස එය Δ හා x හි ගුණිතයක් නොවේ, යන්න අවධාරණය කරන්න.

x ට සාපේක්ෂව y වෙනස් වීමේ ක්ෂණික ශීඝ්‍රතාව

$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ ලෙස අර්ථ දක්වයි.

සීමාව තාත්ත්වික සංඛ්‍යාවක් ලෙස පවතී යැයි දී ඇති විට,

$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=f^1(x)$ බව සඳහන් කරන්න.

$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ යන්න $\dfrac{dy}{dx}$ ලෙස ද අංකනය කරයි.

එමගින් $f^1(x)$ හා $\dfrac{dy}{dx}$ යන්න සමාන වේ.

නිපුණතා මට්ටම 14.2 : මූලික ශ්‍රිතවල ව්‍යුත්පන්න ප්‍රමූල ධර්ම මඟින් නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : **05**

ඉගෙනුම් පල : 1. ප්‍රමූල ධර්ම මඟින් ශ්‍රිතයක ව්‍යුත්පන්නය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. n පරිමේය සංඛ්‍යාවක් වන විට x^n හි අවකලනය සහ මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතවල අවකලනය, ප්‍රමූලධර්ම මගින් සොයන ආකාරය පෙන්වා දෙන්න.
   - පහත ප්‍රතිඵල සාධනය කර ඉදිරිපත් කරන්න.

$$\frac{d}{dx}x^n=nx^{n-1} \qquad \frac{d}{dx}(\cot x)=-\operatorname{cosec}^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x)=\cos x \qquad \frac{d}{dx}(\sec x)=\sec x\tan x$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x)=-\sin x \qquad \frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x)=-\operatorname{cosec} x\cot x$$

$$\frac{d}{dx}(\tan x)=\sec^2 x$$

නිපුණතා මට්ටම 14.3 : අවකලනය පිළිබඳ ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල : 1. අවකලනය පිළිබඳ මූලික නීති ප්‍රකාශ කරයි.

2. අවකලනය පිළිබඳ මූලික ප්‍රමේයය භාවිත කර ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. පහත සඳහන් ප්‍රතිඵල සාධනය කර පෙන්වන්න.

   (i) k නියතයක් විට $f(x)=k$ නම් $f'(x)=0$

   (ii) $f(x)=kg(x)$ නම් $f'(x)=kg'(x)$

   (iii) $f(x)=g(x)\pm h\ (x)$ නම් එවිට $f'(x)=g'(x)\pm h'\ (x)$

   - $\dfrac{d}{dx}\left(x^n\right)=nx^{n-1}$ ප්‍රතිඵලය සහ ඉහත ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් සුදුසු නිදසුන් කිහිපයක් සිසුනට පහදා දී ගැටලු විසඳීමට යොමු කරන්න.

2. (i) ගුණන නීතිය

$$\frac{d}{dx}\left[f(x).g(x)\right]=f(x)\frac{d}{dx}\left[g(x)\right]+g(x)\frac{d}{dx}\left[f(x)\right]$$

   (ii) බෙදීමේ නීතිය

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)}\right]=\frac{g\left(x\right)\frac{d}{dx}\left[f\left(x\right)\right]-\left[f\left(x\right)\right]\frac{d}{dx}\left[g\left(x\right)\right]}{\left[g\left(x\right)\right]^2};\ g\left(x\right)\neq 0 \text{ විට}$$

   (iii) දාම නීතිය

   y යනු u හි ශ්‍රිතයක් ද u යනු x හි ශ්‍රිතයක් ද වන විට $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}.\dfrac{du}{dx}$

   - දාම නීතිය හා එහි විස්තීරණයෙහි සාධනය අවශ්‍ය නොවේ.
   - ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳන්න.

නිපුණතා මට්ටම 14.4 : ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත අවකලනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල : 1. ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතවල ව්‍යුත්පන්නය සොයයි.

2. ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතවල ව්‍යුත්පන්න භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $(i)\quad \dfrac{d}{dx}(\sin^{-1}x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\quad ;\quad -1<x<1$

   $(ii)\quad \dfrac{d(\cos^{-1}x)}{dx}=\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\quad ;\quad -1<x<1$

   $(iii)\quad \dfrac{d(\tan^{-1}x)}{dx}=\dfrac{1}{1+x^2}\quad ;\quad -\infty<x<\infty$ බව අපෝහනය කරන්න.

2. ඉහත සූත්‍ර භාවිතයෙන් විවිධ ශ්‍රිත අවකලනය කිරීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 14.5 : ප්‍රකෘති සාතීය ශ්‍රිතය විස්තර කර එය අවකලනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල :
1. ප්‍රකෘති සාතිය ශ්‍රිතය $\left(e^x\right)$ අර්ථ දක්වයි.
2. ප්‍රකෘති සාතීය ශ්‍රිතයේ වසම සහ පරාසය ප්‍රකාශ කරයි.
3. e අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් බව ප්‍රකාශ කරයි.
4. e^x හි ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.
5. e හි (නිමානිත) තක්සේරු කරන ලද අගය ලියයි.
6. ප්‍රකෘති සාතිය ශ්‍රිතයේ ව්‍යුත්පන්නය ලියා එය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.
7. $y=e^x$ හි ප්‍රස්තාරය අඳියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. අපරිමිත ශ්‍රේණියක ඓක්‍යය වන $1+\dfrac{x}{1!}+\dfrac{x^2}{2!}+\dfrac{x^3}{3!}+\ldots+\dfrac{x^n}{n!}+\ldots$ යන්න e^x මගින් දක්වන බවත් එය ප්‍රකෘති සාතිය ශ්‍රිතය ලෙස හඳුන්වන බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.
2. ප්‍රකෘති සාතීය ශ්‍රිතයේ වසම $\mathbb{R}$ ද පරාසය $(0,\infty)$ ද බව ප්‍රකාශ කරන්න.
3. $x=1$ විට, $e=e^1=1+\dfrac{1}{1!}+\dfrac{1}{2!}+\ldots+\dfrac{x^n}{n!}+\ldots$ ලෙස ලැබෙන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

   e ධන අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් බවත් $e\simeq 2.718$ බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.
4. (i) $e^0=1$

   (ii) $e^{x_1+x_2}=e^{x_1}e^{x_2}$

   (iii) $e^{x_1-x_2}=\dfrac{e^{x_1}}{e^{x_2}}$

(iv) පරිමේය r අගයන් සඳහා $\left(e^{x}\right)^{r}=e^{rx}$

(v) $\lim\limits_{x\to\infty}e^{x}=\infty$

(vi) $\lim\limits_{x\to\infty}e^{x}=0$ යන ගුණ ප්‍රකාශ කරන්න.

5. $\mathrm{F}(1)=e=1+\frac{1}{\lfloor 1}+\frac{1}{\lfloor 2}+\frac{1}{\lfloor 3}+...+\frac{1}{n!}+...\simeq 2.718$ බව ද e ධන අපරිමේය සංඛ්‍යාවක් බව ද අවධාරණය කරන්න.

6. $\frac{d}{dx}\left(e^{x}\right)=e^{x}$ බව ප්‍රකාශ කරන්න.

ප්‍රකෘති ඝාතීය ශ්‍රිතය ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

7. $y=e^{x}$ හි ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

මෙම අවස්ථාවේ දී අවශ්‍ය වන්නේ ප්‍රස්තාරයේ හැඩය පමණයි.

නිපුණතා මට්ටම 14.6 : ප්‍රකෘති ලඝුගණක ශ්‍රිතය විස්තර කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 03

ඉගෙනුම් පල :
1. ප්‍රකෘති ලඝුගණක ශ්‍රිතය අර්ථ දක්වයි.
2. ප්‍රකෘති ලඝුගණක ශ්‍රිතයේ වසම සහ පරාසය අර්ථ දක්වයි.
3. $\ln\ x$ හි ගුණ ප්‍රකාශ කරයි.
4. $y=\ln\ x$ හි ප්‍රස්තාරය අඳියි.
5. $a>0$ සඳහා a^{x} ශ්‍රිතය අර්ථ දක්වයි.
6. $y=a^{x}$ හි වසම සහ පරාසරය ප්‍රකාශ කරයි.
7. ලඝුගණක ශ්‍රිත ඇතුළත් ගැටලු විසඳයි.
8. $\ln\ x$ හි ව්‍යුත්පන්නය අපෝහනය කරයි.
9. a^{x} හි ව්‍යුත්පන්නය අපෝහනය කරයි.
10. $\ell n\ x$ හා a^{x} ශ්‍රිතවල ව්‍යුත්පන්න භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $f(x)=e^{x}$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතය ලෙස ප්‍රකෘති ලඝුගණක ශ්‍රිතය $\ln\ x$ හඳුන්වා දෙන්න.

   $\ln\ x$ යන්න $y=\ln x\Leftrightarrow x=e^{y}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

2. $g(x)=\ln\ x$ නම් g හි වසම $(0,\infty)$ ද පරාසය $\mathbb{R}$ ද බව ප්‍රකාශ කරන්න.

3. (i) $x>0$ සඳහා පමණක් අර්ථ දක්වයි.

   (ii) $\ln\left(e^{x}\right)=x$, $x\in\mathbb{R}$ සඳහා

(iii) $e^{\ln x} = x$; $x > 0$ සඳහා

(iv) $\ln(xy) = \ln x + \ln y,\ x > 0,\ \ y > 0$ සඳහා

(v) $\ln\left(\dfrac{x}{y}\right) = \ln\ x - \ln\ y,\ x > 0,\ \ y > 0$ සඳහා

(vi) $\ln\left(x^b\right) = b\ln\ x,\ x > 0$ යන ගුණ ඉදිරිපත් කරන්න.

4. ප්‍රතිලෝම ගුණ භාවිතයෙන් $y=\ \ln\ x$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.
   - $y = x$ මත $y = e^x$ හි දර්පණ ප්‍රතිබිම්භය ලෙස $y=\ \ln\ x$ හි ප්‍රස්තාරය ලැබෙන බව පහදන්න.
5. $a > 0$ සඳහා a^x ශ්‍රිතය $a^x = e^{x\ln\ a}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
6. $h(x) = a^x$ නම් h හි වසම $\mathbb{R}$ ද පරාසය $h = (0, \alpha)$ ද බව පෙන්වා දෙන්න.
7. ප්‍රකෘති ලඝුගණක ශ්‍රිතය ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
8. $x > 0$ සඳහා $\ln\ x$ හි ව්‍යුත්පන්නය $\dfrac{d}{dx}(\ln\ x) = \dfrac{1}{x}$ බව අපෝහනය කරන්න.
9. $\dfrac{d}{dx}\left(a^x\right) = (\ln a)a^x$ බව අපෝහනය කරන්න.
10. x හි ව්‍යුත්පන්නය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 14.7 : අධ්‍යාහෘත ශ්‍රිත සහ පරාමිතික ශ්‍රිත අවකලනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල :
1. අධ්‍යාහෘත ශ්‍රිත අර්ථ දක්වයි.
2. අධ්‍යාහෘත ශ්‍රිතවල ව්‍යුත්පන්න සොයයි.
3. පරාමිතික ශ්‍රිත අවකලනය කරයි.
4. දෙන ලද වක්‍රයක දෙන ලද ලක්ෂ්‍යයක දී ස්පර්ශකයේ සහ අභිලම්බයේ සමීකරණය ලියා දක්වයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $f(x, y) = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක් තෘප්ත කරන $y = \mathrm{f}(x)$ ශ්‍රිතයක් අධ්‍යාහෘත ශ්‍රිතයක් ලෙස අර්ථ දක්වයි.

   $x^2 + y^2 - 1 = 0$ මගින් මෙය පැහැදිලි කරන්න.
2. $f(x, y) = 0$ සමීකරණය මගින් අර්ථ දැක්වෙන $y = \mathrm{f}(x)$ අධ්‍යාහෘත ශ්‍රිතයක ව්‍යුත්පන්නය ලබා ගැනීම සඳහා x ඇසුරින් y සඳහා අධ්‍යාහෘතයක් ලබාගෙන ඉන්පසු ව්‍යුත්පන්නය ලබා ගන්න. (මෙහි දී $f(x, y) = 0$ විසඳීම අවශ්‍ය නොවන අතර එය සමහර අවස්ථාවල කිරීමට ද නොහැකිය) ඒ වෙනුවට අපි $f(x, y) = 0$ හි

දෙපස ම දාම නීතිය මඟින් අවකලනය කරමු. උදාහරණ භාවිතයෙන් විස්තර කරන්න.

t පරාමිතයක් වීම C වක්‍රයත් $x=\mathrm{f}(t)$ සහ $y=\mathrm{f}(t)$ පරාමිතික සමීකරණ මගින් අර්ථ දක්වයි.

එවිට $\frac{dy}{dx}$ ව්‍යුත්පන්නය $\frac{dx}{dt}\neq 0$ සඳහා වන ලක්ෂ්‍යවල දී $\frac{dy}{dx}=\frac{\left(\frac{dy}{dt}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)}$ ලෙස ලබා ගත හැකි ය.

$\frac{dx}{dt}\neq 0$ විට $\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}}$ බව ද පෙන්වා දෙන්න. උදාහරණ මගින් පැහැදිලි කරන්න.

3. පරාවලය $y^2=4ax$, ඉලිප්සය $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, බහුවලය $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, $xy=c^2$ වැනි අධ්‍යාහෘත ශ්‍රිත හා පරාමිතික සමීකරණ ඇතුළත් වන අවකලන ඉදිරිපත් කරන්න.

$y^2=4ax:\ \ x=at^2, y=2at$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1:\ \ x=a\cos\theta, y=b\sin\theta$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1:\ \ x=a\sec\theta, y=b\tan\theta$

$xy=c^2:\ \ x=ct, y=\frac{c}{t}$

4. ඉහත වක්‍ර ද ඇතුළත් ව පරාමිතික ආකාරයෙන් අර්ථ දක්වන ලද වක්‍ර මත ලක්ෂ්‍යවල දී ස්පර්ශකයේ සහ අභිලම්බයේ සමීකරණ ලබා ගන්න.
ඉහත සඳහන් වක්‍රවල දළ සටහන් අඳින අයුරු සහ ඒවායේ මූලික ගුණ පැහැදිලි කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 14.8 : ඉහළ ගණයේ ව්‍යුත්පන්න ලබා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. ඉහළ ගණයේ ව්‍යුත්පන්න ලබා ගනියි.

2. විවිධ ආකාරවල ශ්‍රිත අවකලනය කරයි.

3. විවිධ ගණවල ව්‍යුත්පන්න අතර සම්බන්ධතාව සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. y යනු x හි ශ්‍රිතයක් විට y හි n වන ගණයේ ව්‍යුත්පන්න ලෙස හැඳින්වෙන්නේ y ශ්‍රිතය x විෂයෙන් n වාරයක් අවකලනය කිරීමෙන් ලැබෙන ශ්‍රිතයයි. එය $\frac{d^n y}{dx^n}$ හෝ $f^n\left(x\right)$ හෝ y^n මගින් නිරූපණය කරයි.
2. උදාහරණ මගින් පැහැදිලි කරන්න.
3. ඉහළ ගණවල ව්‍යුත්පන්න ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතාව 15 : **ව්‍යුත්පන්න භාවිතයෙන් ශ්‍රිතයක හැසිරීම විශ්ලේෂණය කරයි.**

නිපුණතා මට්ටම 15.1 : ව්‍යුත්පන්නය ඇසුරින් හැරුම් ලක්ෂ්‍යය විමර්ශනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 05

ඉගෙනුම් පල :

1. දෙන ලද ශ්‍රිතයක ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය අර්ථ දක්වයි.
2. වැඩි වන ශ්‍රිතයක් හෝ අඩු වන ශ්‍රිතයක් විස්තර කරයි.
3. සාපේක්ෂ උපරිමය සහ සාපේක්ෂ අවමය විස්තර කරයි.
4. ශ්‍රිතයක උපරිම සහ අවම ලක්ෂ්‍යය සෙවීම සඳහා ''ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්න පරීක්ෂාව'' යොදයි.
5. ස්ථානීය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් හෝ ස්ථානීය අවම ලක්ෂ්‍යයක් හෝ නොවන ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යය ද පවතින බව ප්‍රකාශ කරයි.
6. තනිවර්තන ලක්ෂ්‍යය හඳුන්වයි.
7. දී ඇති ශ්‍රිතයක හැරුම් ලක්ෂ්‍යයක් උපරිමයක් ද අවමයක් ද තනිවර්තනයක් දැයි පරීක්ෂා කිරීමට දෙවන අවකලන සංගුණකය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ශ්‍රිතයක ව්‍යුත්පන්නය ශුන්‍යය වන ලක්ෂ්‍ය ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය ලෙස අර්ථ දැක්වෙයි.
   - $x=c$ හි දී අර්ථ දක්වා ඇති අවකලනය කළ හැකි f ශ්‍රිතයක $f^1(c)=0$ වන සේ වූ $x=c$ ලක්ෂ්‍යය f ශ්‍රිතයේ ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යයක් ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

     සුදුසු උදාහරණ මගින් මෙය පැහැදිලි කරන්න.
2. ඕනෑ ම $x_1 < x_2$ සහ $x_1, x_2 \in \mathrm{I}$ විට, $f(x_1) \le f(x_2)$ නම්, $f(x)$ ශ්‍රිතය I ප්‍රාන්තරය මත වැඩි වන ශ්‍රිතයක් ලෙස පහදන්න.
   - $x \in \mathrm{I}$ සඳහා $\mathrm{f}'(x) > 0$ නම්, එවිට I ප්‍රාන්තරය මත $f(x)$ නිතිමතින් වැඩි වන ශ්‍රිතයක් බව පහදන්න.
   - ඕනෑ ම $x_1 < x_2$ සහ $x_1, x_2 \in \mathrm{I}$ විට $\mathrm{f}(x_1) \ge \mathrm{f}(x_2)$ නම්, $\mathrm{f}(x)$ශ්‍රිතය I ප්‍රාන්තරය මත අඩුවන ශ්‍රිතයක් බව පැහැදිලි කරන්න.
   - $x \in \mathrm{I}$ සඳහා $\mathrm{f}^1(x) < 0$ නම්, එවිට I ප්‍රාන්තරය මත $\mathrm{f}(x)$ නිතිමතින් අඩු වන ශ්‍රිතයක් බව පහදන්න.
3. සියලු $x \in (c-\delta,\ c+\delta)$ සඳහා $\mathrm{f}(x) \le \mathrm{f}(c)$ වන සේ $\delta > 0$ පවතී නම් $x=c$ හි දී $f(x)$ට උපරිමයක් ඇතැයි කියනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.
   - සියලු $x \in (c-\delta,\ c+\delta)$ සඳහා $\mathrm{f}(x) \ge \mathrm{f}(c)$ වන සේ $\delta > 0$ පවතී නම් $x=c$ හි දී f ට අවමයක් ඇතැයි කියනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

4. ස්ථානීය උපරිමයක් හෝ ස්ථානීය අවමයක් සෙවීම සඳහා ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්න පරීක්ෂාව යොදා ගන්නා ආකාරය විස්තර කරන්න.
5. ස්ථානීය උපරිමයක් හෝ ස්ථානීය අවමයක් හෝ නොවන ස්ථාවර ලක්ෂ්‍යය ද පවතින බව ප්‍රකාශ කරන්න.
    - $f^{/}\left(c\right)=0$ වූ පමණින් ම $x=c$ හි දී f ට ස්ථානීය උපරිමයක් හෝ ස්ථානීය අවමයක් නොපවතින අවස්ථා උදාහරණ මගින් සාකච්ඡා කරන්න.
6. තනිවර්තන ලක්ෂ්‍ය හඳුන්වා දෙන්න.
7. $f^{/}\left(a\right)=0$ සහ $f^{//}\left(a\right)>0$ නම් එවිට $x=a$ හි දී f ශ්‍රිතයට ස්ථානීය උපරිමයක් ඇත.
    - $f^{/}\left(a\right)=0$ සහ $f^{//}\left(a\right)<0$ නම්, එවිට $x=a$ හි දී f ශ්‍රිතයට ස්ථානීය අවමයක් ඇත.

    උපරිම සහ අවම ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 15.2 : අවතලතාව විමර්ශනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 02

ඉගෙනුම් පල : 1. අවතලතාව සෙවීමට දෙවන ව්‍යුත්පන්නය භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. $x\in\left(a,b\right)$ සඳහා $f^{//}\left(x\right)>0$ නම් එවිට වක්‍රය උඩු අතට අවතල බවත් $x\in\left(a,b\right)$ සඳහා $f^{//}\left(x\right)<0$ නම් එවිට වක්‍රය යටි අතට අවතල බවත් ප්‍රකාශ කරන්න.
    - තනි වර්තන ලක්ෂ්‍යයක් යනු එහි අවකලතාව වෙනස් කරන ලක්ෂ්‍යයක් බව පැහැදිලි කරන්න.
    - තනිවර්තන ලක්ෂ්‍යක දී ව්‍යුත්පන්නය ශුන්‍ය වීම අවශ්‍ය නොවන බව සෙවීමට උදාහරණ දෙන්න.

නිපුණතා මට්ටම 15.3 : වක්‍ර අනුරේඛනය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. ශ්‍රිතයක දළ ප්‍රස්තාරය අඳියි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ඉහත මූලධර්ම භාවිත කර ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර ඇඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න. තිරස් හා සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ අඩංගු උදාහරණ ද ඇතුළත් ය.

නිපුණතා මට්ටම 15.4 : ප්‍රායෝගික අවස්ථා සඳහා ව්‍යුත්පන්න යොදා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 04

ඉගෙනුම් පල : 1. එදිනෙදා ජීවිතයේ ගැටලු විසඳීමට ව්‍යුත්පන්න භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. උපරිමය සහ අවමය යෙදෙන එදිනෙදා ජීවිතයේ අවස්ථා ඇතුළත් ගැටලු විසඳීම සඳහා සිසුන් යොමු කරන්න.

සංයුක්ත ගණිතය II

නිපුණතාව 3 : **තලයක සිදුවන චලිත අවස්ථා විස්තර කිරීමට නිව්ටෝනියානු ආකෘතිය යොදා ගනියි.**

නිපුණතා මට්ටම 3.7 : සිරස් තලයක සිදුවන ප්‍රක්ෂිප්තයක චලිතය විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :

1. ප්‍රක්ෂිප්තය හඳුන්වයි.
2. " ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය" සහ " ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය" යන පද විස්තර කරයි.
3. ප්‍රක්ෂිප්තයක චලිතය තිරස් සහ සිරස් දිශාවලට වූ චලිත දෙකක් වශයෙන් වෙන් වෙන් ව සැලකිය හැකි බව ප්‍රකාශ කරයි.
4. ප්‍රක්ෂිප්තයක චලිතය විවරණය කිරිම සඳහා ප්‍රගතික සමීකරණ භාවිත කරයි.
5. දෙන ලද කාලයකට පසු ප්‍රක්ෂිප්තයක ප්‍රවේග සංරචක ගණනය කරයි.
6. දෙන ලද කාලයක දී ප්‍රක්ෂිප්තයක විස්ථාපන සංරචක සොයයි.
7. ප්‍රක්ෂිප්තයක උපරිම උස ගණනය කරයි.
8. ප්‍රක්ෂිප්තයක උපරිම උස කරා ළඟා වීමට ගත වන කාලය ගණනය කරයි.
9. ප්‍රක්ෂිප්තයක තිරස් පරාසය සහ එහි උපරිමය ගණනය කරයි.
10. සාධාරණ වශයෙන් දී ඇති ප්‍රක්ෂේපණ වේගයක් සඳහා එකම තිරස් පරාසය ලබා දෙන ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ දෙකක් ඇති බව සාධනය කරයි.
11. දෙන ලද ප්‍රක්ෂේපණ වේගයක් සඳහා උපරිම තිරස් පරාසය තීරණය කරයි.
12. දෙන ලද ප්‍රක්ෂේපණ වේගයක් සහිත ප්‍රක්ෂිප්තයක උපරිම තිරස් පරසය ලබා දෙන ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයයි.
13. ප්‍රක්ෂේපණයක පථයේ කාටීසිය සමීකරණ ව්‍යුත්පන්න කරයි.
14. ප්‍රක්ෂිප්තයක පියාසර කාලය සොයයි.
15. දෙන ලද ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කිරීම සඳහා ප්‍රක්ෂිප්තයක ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වන අංශුවක් හෝ වස්තුවක් ප්‍රක්ෂිප්තයක ලෙස හඳුන්වන්න.

2. තිරසට α කෝණයකින් ආනත ව u ප්‍රවේගයකින් අංශුවක් හෝ වස්තුවක් ප්‍රක්ෂේප කළ විට u ප්‍රක්ෂේපණ වේගය සහ α ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.
3. තිරස් චලිතය සඳහා ප්‍රවේගය නියත බවත් සිරස් චලිතය සඳහා ත්වරණය නියත බවත් එය ගුරුත්ව ත්වරණය ම බවත් පහදා දෙන්න. සිරස් චලිතය සඳහා $a = g$ සිරස් ව පහළට ක්‍රියා කරයි.
4. පහත සමීකරණ $a = g$ ලෙස ගෙන භාවිත කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

තිරස් දිශාවට $s = ut$, $\rightarrow s = (u\cos\alpha)t$

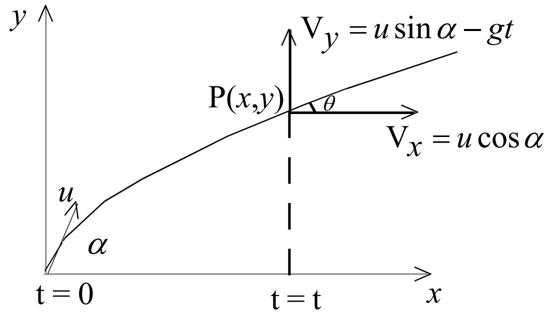
සිරස් දිශාවට $v = u + at$, $v = (u\sin\alpha) - gt$

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$, $y = (u\sin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$

$v^2 = u^2 + 2as$, $v^2 = u^2\sin^2\alpha - 2gy$

මෙහි s, u, v, a, t සඳහා සුපුරුදු අර්ථ ඇත.

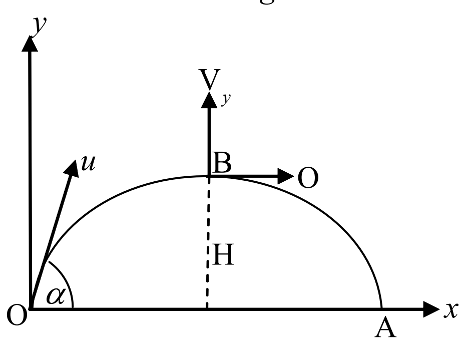
5.



t කාලයේ දී තිරස් සහ සිරස් ප්‍රවේග සංරචක $V_x = u\cos\alpha$ සහ $V_y = usin\alpha - gt$ යන්න ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

6. t කාලයේ දී විස්ථාපන සංරචක $x = (u\cos\alpha)t$ සහ $y = (usin\alpha)t - \frac{1}{2}gt^2$ යන්න ව්‍යුත්පන්න කරන්න. මේවා ප්‍රක්ෂිප්තයේ පථයේ පරාමිතක සමීකරණ බව ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි කාලය දැක්වෙන 't" යන්න පරාමිතියයි.

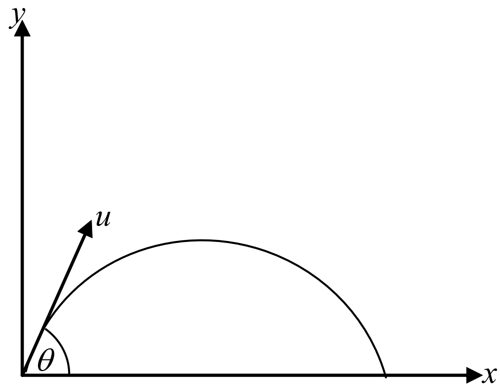
7. උපරිම උස H නම්, $H = \frac{u^2\sin^2\alpha}{2g}$ බව පෙන්වා දෙන්න.



8. උපරිම උස නැගීමට ගත වන කාලය T නම්, $T_{(O\to B)} = T = \dfrac{u\sin\alpha}{g}$ බව පෙන්වා දෙන්න.

9. ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය හරහා ප්‍රක්ෂිප්තයේ තිරස් පරාසය R නම් $OA = R = \dfrac{2u^2}{g} cos\alpha sin\alpha$ ප්‍රකාශනය ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

10. දෙන ලද ප්‍රක්ෂේපණ වේගයක් සඳහා එකම තිරස් පරාසය ලබා දෙන ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.

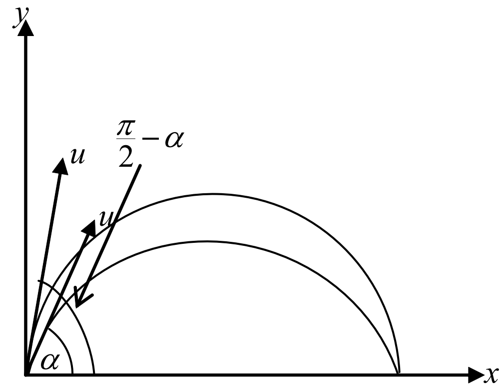


දෙන ලද u සඳහා,

$$R = \frac{2u^2 \sin\theta \ \cos\theta}{g} = \frac{u^2 \sin^2\theta}{g}$$ බැවින් $\sin 2\theta = \dfrac{gR}{u^2}$ වේ.

- $\sin 2\theta = \sin 2\alpha$ නම්
  $2\theta = 2\alpha$ හෝ $2\theta = 180 - 2\alpha$
  $\theta = \alpha$ හෝ $90 - \alpha$
- $\sin \ 2\theta = \sin \ 2\alpha$
  $2\sin\theta\cos\theta = 2\sin\alpha\cos\alpha$
  $\theta = \alpha$ හෝ $\theta = \dfrac{\pi}{2} - \alpha$

$\left[\begin{array}{l} \therefore \sin\theta = \sin\alpha \\ \text{හෝ} \\ \sin\theta = \cos\alpha \end{array}\right]$



- එකම තිරස් පරාසය සඳහා $\mathrm{R}=\dfrac{2u^2}{g}cos\alpha sin\alpha$ හි $\alpha=\theta$ හා $\alpha=\dfrac{\pi}{2}-\theta$ ආදේශ කළ විට R ලැබෙන නිසා ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ දෙකක් ඇති බව පැහැදිලි කරන්න.

  පියාසර කාලය $\dfrac{2u\sin\alpha}{g}=2\mathrm{T}$

  $$\mathrm{R}=\left(u\cos\alpha\right)\frac{2u\sin\alpha}{g}$$

11. දෙන ලද u සඳහා $\mathrm{R}=\dfrac{u^2sin2\alpha}{g^2}\leq\dfrac{u^2}{g}$ නිසා $\mathrm{R}_{උපරිම}=\dfrac{u^2}{g}$ බව අපෝහනය කරන්න.

12. උපරිම තිරස් පරාසය ලබා දෙන ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය $\dfrac{\pi}{4}$ බව පෙන්වා දෙන්න.

13. $\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු. ඉහත x හා y සඳහා ලබාගත් සමීකරණවලින් t ඉවත් කිරීමෙන්, $y=x\tan\alpha-\dfrac{gx^2\sec^2\alpha}{2u}$ සමීකරණය ව්‍යුත්පන්න කරන්න. මෙය ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන ආකාරයේ පරාවලයක් නිරූපණය කරන $y=ax-bx^2$ සුපුරුදු වර්ගජ ශ්‍රිතය සමඟ සංසන්දනය කරන්න. $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ අවස්ථාවේ දී ගුරුත්වය යටතේ සිරස් චලිතය ගෙන දෙන බව සිහිපත් කරන්න.

14. ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ මට්ටමට ආපසු පැමිණීමට ගත වන පියාසර කාලය $\mathrm{T}^{/}$ නම් $\mathrm{T}^{/}=\dfrac{2u\sin\alpha}{g}=2\mathrm{T}$ බව පෙන්වා දෙන්න.

15. දෙන ලද ප්‍රවේගයකින් දෙන ලද ලක්ෂ්‍යයක හරහා ගමන් කිරීම සඳහා ප්‍රක්ෂේපණ කෝණය සෙවීමට යොමු කරන්න.

නිපුණතාවය 2 : ඒකතල බල පද්ධති භාවිත කරයි.

නිපුණතා මට්ටම 2.8 : දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල තුනක සමතුලිතතාව විස්තර කරයි.

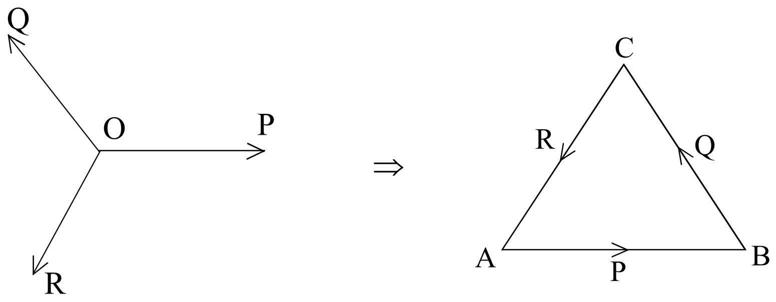
කාලච්ඡේද ගණන : 08

ඉගෙනුම් පල : 1. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන බල තුනක සමතුලිතතාව සඳහා තිබිය යුතු අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.

2. බල ත්‍රිකෝණ නියම සහ එහි විලෝමය, ලාමී ප්‍රමේයය, කොට් ප්‍රමේයය, ජ්‍යාමිතික ගුණ සහ එකිනෙකට ලම්බ දිශා දෙදකට බල විභේදනය මඟින් දෘඪ වස්තුවක් සමතුලිත ව ඇති විට නොදන්නා බල සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. දෘඪ වස්තුවක් මත ක්‍රියා කරන ඒකතල බල තුනක් සමතුලිත ව පවතී නම්, ඒවායේ ක්‍රියා රේඛා එකම ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යයි. එසේ නැතහොත් සමාන්තර වෙයි. මෙය අනිවාර්ය අවශ්‍යතාවක් පමණක් බව පැහැදිලි කරන්න.
2. බල ත්‍රිකෝණ නියමය සහ එහි විලෝමය නැවත ප්‍රකාශ කරන්න. (මෙය අංශුවක සමතුලිතතාව යටතේ ඉදිරිපත් කර ඇත)



O හිදී ක්‍රියාකරන P, Q, R බල තුන සමතුලිත වේ.

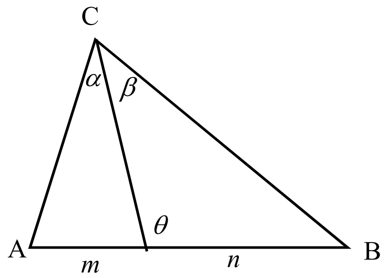
අනුරූප ABC බල ත්‍රිකෝණය

ABC බල ත්‍රිකෝණය ඇසුරින් $\frac{P}{AB} = \frac{Q}{BC} = \frac{R}{CA}$ බව පෙන්වන්න.

ගැටලු විසඳීමේ දි ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිත කරන්න.

- ලාමීගේ ප්‍රමේය (අංශුවක සමතුලිතතාව යටතේ ඉදිරිපත් කර ඇත) අසමාන්තර ඒකතල බල තුනක සමතුලිතතාව යටතේ (බලවල ක්‍රියා රේඛා ඒක ලක්ෂ්‍ය විට) ගැටලු විසඳීමේ දී මෙම ප්‍රමේය ද යොදා ගත හැකි බව පහදා දෙන්න.

- කොටි ප්‍රමේයය



$$n \cot \mathrm{A} - m \cot \mathrm{B} = (m+n)\cot\theta$$ හෝ

$$m \cot\alpha - n \cot\beta = (m+n)\cot\theta$$

- ගැටලු විසඳීමේ දී ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිත කළ හැකි බව නිදසුන් ඇසුරෙන් පෙන්වා දෙන්න. (ගැටලු විසඳීමේ දී රූපයේ ජ්‍යාමිතික ගුණ (හැකිතාක්) භාවිත කරවන්න.
- සමාන්තර බල තුනක සමතුලිතතාව සලකන්න. මෙහි දී බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය තුන්වන බලයට සමාන ව විරුද්ධ දිශාවට වන අතර ඒවායේ ක්‍රියා රේඛා එකම බව පහදන්න.
- එකිනෙකට ලම්බ දිශා දෙකක් ඔස්සේ සංරචකවල වීජීය ඓක්‍යය වෙන වෙනම ශුන්‍යයට සමාන වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 2.9 : සර්ෂණයේ බලපෑම විවරණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :
1. සර්ෂණ බලය සහ සර්ෂණය හඳුන්වයි.
2. සුමට හා රළු පෘෂ්ඨ වෙන් කර දක්වයි.
3. සර්ෂණයේ වාසි සහ අවාසි සඳහන් කරයි.
4. සීමාකාරී සර්ෂණ බලය අර්ථ දක්වයි.
5. සර්ෂණ නියම ප්‍රකාශ කරයි.
6. සර්ෂණ සංගුණකය සහ සර්ෂණ කෝණය අර්ථ දක්වයි.
7. සමතුලිතතාව සඳහා තිබිය යුතු අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරයි.
8. සර්ෂණය යෙදෙන අවස්ථාවල දී අංශුවක හෝ දෘඪ වස්තුවක සමතුලිතතාව සම්බන්ධ ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. එකිනෙකට ස්පර්ශ ව පවත්නා වස්තු දෙකකින් එකක් අනෙකට සාපේක්ෂ ව සර්පණය කිරීමට යත්න දැරීමේ දී හෝ සර්පනය වීමේ දී එම චලිතය මැඩ

පැවැත්වීම හෝ වැඩ පැවැත්වීමට උත්සාහ කිරීම සඳහා ස්පර්ශ තලය ඔස්සේ නිසගයෙන් ඇති වන බලය ඝර්ෂණ බලය ලෙස හඳුන්වන්න.

- ස්පර්ශ වන පෘෂ්ඨ අතර පවත්නා මෙම ගුණය ඝර්ෂණය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න. යොදන බලය ක්‍රමයෙන් වැඩි කරන විට සාපේක්ෂ චලිතය ඇති වන තෙක් ඝර්ෂණ බලය ද ක්‍රමයෙන් වැඩි වන බව පවසන්න.

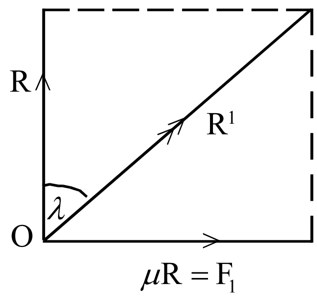
2. ගැටී ඇති පෘෂ්ඨ අතර ඝර්ෂණ බලයක් නොමැති නම් ඒවා සුමට පෘෂ්ඨ ලෙස ද ඝර්ෂණ බලය සහිත පෘෂ්ඨ රළු පෘෂ්ඨ ලෙස ද හඳුන්වා දෙන්න.
3. සුදුසු උදාහරණ ඇසුරෙන් ඝර්ෂණයේ වාසි හා අවාසි සාකච්ඡා කරන්න.
4. පෙර සඳහන් කර ඇති පරිදි සාපේක්ෂ චලිතය ඇති වන මොහොතේ පවත්නා ඝර්ෂණ බලය සීමාකාරි ඝර්ෂණ බලය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න. මෙය ස්පර්ශ ව පවතින පෘෂ්ඨ අතර උපරිම ඝර්ෂණ බලය බව සඳහන් කරන්න.

5. වස්තු දෙකක් ස්පර්ශ වෙමින් පවතින විට ඉන් එක් වස්තුවක් කෙරෙහි අනෙක මගින් ඒවායේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇති කරන ඝර්ෂණ බලයේ දිශාව, චලනය ඇති විය හැකි දිශාවට ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.
   - සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතින විට ඝර්ෂණ බලයේ විශාලත්වය වස්තුවේ සාපේක්ෂ චලිතය වැළැක්වීමට පමණක් ප්‍රමාණවත්ය.
   - සීමාකාරී ඝර්ෂණ බලය සහ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව අතර අනුපාතය ඝර්ෂණ සංගුණකය නම් වූ නියතයක් වන අතර එම අනුපාතය ස්පර්ශ වන පෘෂ්ඨ දෙක සෑදී ඇති ද්‍රව්‍යයේ ස්වභාවය මත රඳා පවතී.
   - අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව නොවෙනස් ව පවතින තාක් සීමාකාරී ඝර්ෂණ බලය, පෘෂ්ඨවල වර්ගඵලය හෝ හැඩය මත රඳා නොවපතී.
   - චලනය ඇති වූ පසු සීමාකාරී ඝර්ෂණ බලය මඳක් අඩු වේ.
   - පෘෂ්ඨ අතර සාපේක්ෂ චලනය ඇති වූ පසු ඝර්ෂණ බලය සහ අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව අතර අනුපාතය සීමාකාරී ඝර්ෂණ සංගුණකයට වඩා මඳක් අඩු වේ.
6. දෙන ලද ඕනෑ ම පෘෂ්ඨ දෙකක් අතර සීමාකාරී ඝර්ෂණ බලය සහ අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව අතර අනුපාතය ඝර්ෂණ සංගුණකය ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

සීමාකාරී ඝර්ෂණ බලය F_1 ද අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව R ද නම් $\frac{|F_1|}{R} = \mu$

$\mu =$ ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.

මෙය ස්ථිතික ඝර්ෂණ සංගුණකය ලෙස ද හඳුන්වා දෙන්න.



$$\tan\lambda = \frac{|F_1|}{R}$$
$$= \mu$$

- සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේ දී සම්ප්‍රයුක්ත ප්‍රතික්‍රියාව, අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සමග සාදන කෝණය ඝර්ෂණ කෝණය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.

  ඝර්ෂණ කෝණය λ නම් , $\mu = \tan\lambda$ බව අපෝහනය කරන්න.

  $\tan\lambda = \dfrac{\mu R}{R} = \mu$ වේ.

7. සමතුලිතතාව සඳහා තිබිය යුතු අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරන්න.
   ඕනෑම අවස්ථාවක ගැටී ඇති පෘෂ්ඨ දෙකක් අතර ඝර්ෂණ බලය F යන්න $|F| \leq \mu R$ (සමාන අවස්ථාව සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේ යෙදේ.) ලෙස දෙනු ලබන බව ප්‍රකාශ කරන්න.
8. ඝර්ෂණය ඇතුළත් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.4 : **තලයක් මත චලිත වන අංශුවක චලිතය පැහැදිලි කරයි.**

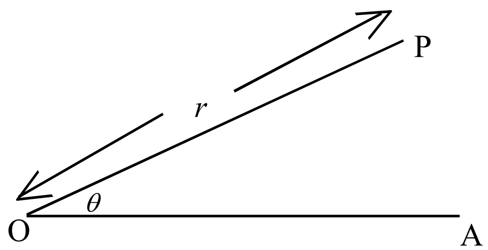
කාලච්ඡේද ගණන : 06

ඉගෙනුම් පල : 1. තලයක් මත චලනය වන අංශුවක කාටීසීය ඛණ්ඩාංක සහ ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක අතර සම්බන්ධය සොයයි.

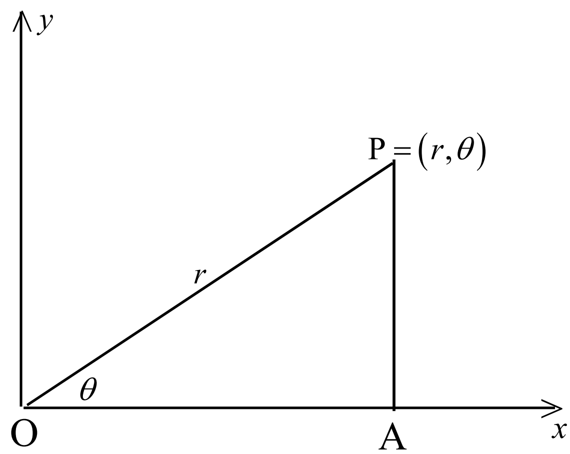
2. පිහිටුම් දෛශිකය තලයේ ශ්‍රිතයක් ලෙස දී ඇති විට ප්‍රවේගය සහ ත්වරණය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1.



- A යනු O හරහා වූ අචල ලක්ෂ්‍යයක් ද, OA අචල රේඛාවක් ද P යනු $\mathrm{OP}=r$ සහ $\mathrm{A\hat{O}B}=\theta$ වන පරිදි වූ විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක් ද විට P හි ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක (r,θ) ලෙස අර්ථ දක්වන බව ප්‍රකාශ කරන්න.
  මෙහි $r \geq 0$ සහ θ කෝණය වාමාවර්ත අතට ධන වන ලෙස මැන ඇත. ලක්ෂ්‍යයක් අනන්‍ය වූ ධ්‍රැවක ඛණ්ඩාංක මගින් ද නිරූපණය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.



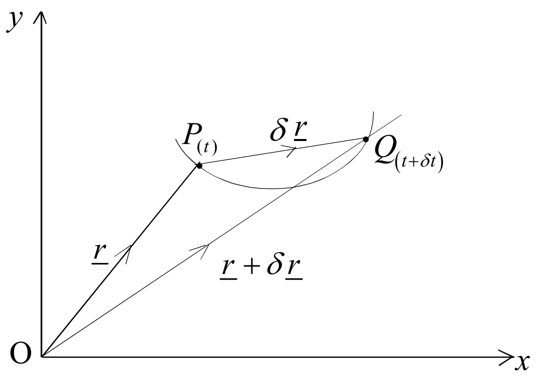
- OXY අක්ෂ පද්ධතියට සාපේක්ෂ ව P හි ඛණ්ඩාංක $\mathrm{P}\equiv(x,y)$ නම්, එවිට $x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ බව ව්‍යුත්පන්න කර $\underline{r}=r\left(\cos\theta\ \underline{i}+\sin\theta\ \underline{j}\right)$ බව ද ව්‍යුත්පන්න කරන්න.

2. P අංශුවක් චලනය වන තලය මත වූ OXY බණ්ඩාංක අක්ෂ පද්ධතියක් සලකමු. OX හා OY දිශා ඔස්සේ ඒකක දෛශික $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ ලෙස ගනිමු. එවිට, (x, y) යනු P හි පිහිටුම් බණ්ඩාංක වන අතර P හි පිහිටුම් දෛශිකය $\underline{r} = x\underline{i} + y\underline{j}$ ලෙස දෙනු ලබන බවත් මෙහි x හා y යනු කාලය අනුබද්ධයෙන් ශ්‍රිත බවත් ප්‍රකාශ කරන්න. $\underline{r} = x(t)\,\underline{i} + y(t)\,\underline{j}$

- t කාලයේ දී O මූල ලක්ෂ්‍යයට සාපේක්ෂ ව ලක්ෂ්‍යයක පිහිටීම P ද එහි $t + \delta t$ කාලයේ දී පිහිටීම Q ද ලෙස ගනිමු.

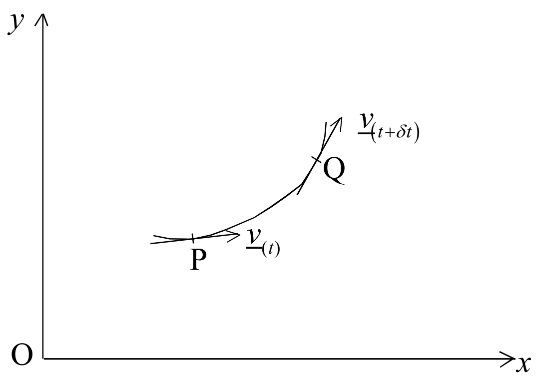
  මෙහි $\overrightarrow{OP} = r$ නම්, මෙම කාල ප්‍රාන්තරය තුළ,

  මධ්‍යයක ප්‍රවේගය $= \dfrac{\overrightarrow{PQ}}{\delta t} = \dfrac{\delta \underline{r}}{\delta t}$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න.



3. t කාලයේ දී අංශුවේ ක්ෂණික ප්‍රවේගය,

$$\underline{v} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{(\underline{r} + \delta \underline{r}) - \underline{r}}{\delta t} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta \underline{r}}{\delta t} = \frac{d\underline{r}}{dt}$$



- t සහ $t + \delta t$ කාලයේ දී අංශුවේ පිහිටුම් පිළිවෙළින් P සහ Q ද අනුරූප ප්‍රවේග $\underline{v}(t)$ සහ $\underline{v}(t + \delta t)$ ද බව ප්‍රකාශ කරන්න.
- $(t, t + \delta t)$ කාල ප්‍රාන්තරයේ දී අංශුවේ සාමාන්‍ය ත්වරණය $= \dfrac{\underline{v}(t + \delta t) - \underline{v}(t)}{\delta t}$ බව අර්ථ දක්වන්න.

- t කාලයේ දී අංශුවේ ක්ෂණික ත්වරණය,

  $$\underline{a} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\underline{v}(t+\delta t) - \underline{v}(t)}{\delta t} = \lim_{\delta t \to 0} \frac{\delta \underline{v}}{\delta t} = \frac{d\underline{v}}{dt}$$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.

- t කාලයේ දී ප්‍රවේගය $\underline{v}(t)$ යන්න $\overrightarrow{\mathrm{LM}}$ මගින් ද $t+\delta t$ කාලයේ දී ප්‍රවේගය $\underline{v}(t+\delta t)$ යන්න $\overrightarrow{\mathrm{LN}}$ (විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන්) මගින් ද නිරූපණය කරයි නම් $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$ මගින් $\underline{v}(t+\delta t) - \underline{v}(t)$ නිරූපණය කෙරේ.

  $\lim_{\delta t \to 0} \frac{(\underline{r} + \delta t) - \underline{v}(t)}{\delta t}$ මගින් ත්වරණය ළඟා වන බව අවධාරණය කරන්න.

  $\delta t \to 0$ විට ත්වරණයේ දිශාව MN හි දිශාව වේ.

  එනම්, ලක්ෂ්‍යයේ ත්වරණය එහි ගමන් මාර්ගයේ අවතල පැත්තට දිශානුගත වේ.

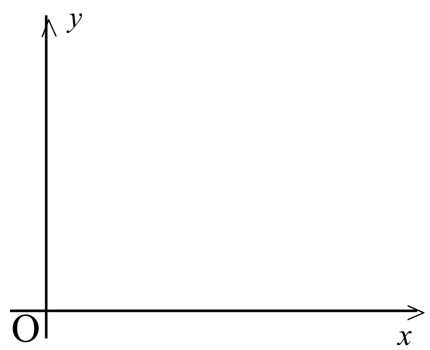
නිපුණතා මට්ටම 3.5 : තලයක් මත චලිත වන අංශු දෙක සාපේක්ෂ චලිතය නිර්ණය කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :
1. සමුද්දේශ රාමුව අර්ථ දක්වයි.
2. සමුද්දේශ රාමුවකට සාපේක්ෂ ව විස්තාපනය, ප්‍රවේගය සහ ත්වරණය ලබා ගනියි.
3. සාපේක්ෂ විස්ථාපනය, සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය සහ සාපේක්ෂ ත්වරණයේ මූලධර්ම පැහැදිලි කරයි.
4. අංශුවකට සාපේක්ෂ ව තවත් අංශුවක ගමන් මාර්ගය සහ ප්‍රවේගය සොයයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. තලයක් මත චලනය වන A වස්තුවක් සලකමු. චලිත තලයට සහ A වස්තුවට දෘඪව සම්බන්ධ එකිනෙකට ලම්බ කාටීසීය අක්ෂ දෙකක් තෝරා ගනිමු. අක්ෂවලට සාපේක්ෂ ව අචල ලක්ෂ්‍ය කුලකයක් (අවශ්‍ය විටෙක දීර්ඝ කිරීමට හැකි) A හි සමුද්දේශ රාමුව ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.

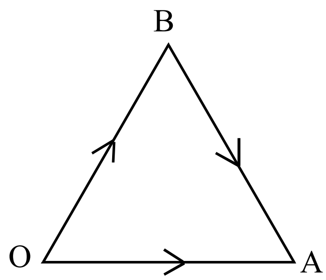


2. විස්ථාපනය, ප්‍රවේගය සහ ත්වරණය සඳහා පෙර ඉදිරිපත් කළ අර්ථ දැක්වීම් මතක් කරන්න.

සමුද්දේශ රාමුවක මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් ලක්ෂ්‍යයක විස්ථාපනය $\underline{r}$ නම්, එවිට ප්‍රවේගය $\underline{v} = \frac{d\underline{r}}{dt}$ සහ ත්වරණය $\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt}$ බව පැහැදිලි කරන්න.

- සුදුසු උදාහරණ මගින් විස්තර කරන්න.

3. O මූල ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A සහ B හි පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\underline{r}_{A,O}$ සහ $\underline{r}_{B,O}$ නම්, එවිට A ට සාපේක්ෂ ව B හි පිහිටුම් දෛශිකය, $\underline{r}_{B,A}$ මගින් දෙනු ලබන බවත් එය $\underline{r}_{B,A} = \underline{r}_{B,O} + \underline{r}_{O,A}$ බවත් පෙන්වන්න.



- ඉහත විස්ථාපන සමීකරණය කාලය විෂයෙන් අවකලනයෙන් A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය $\underline{v}_{B,A} = \underline{v}_{B,O} - \underline{v}_{O,A}$ මගින් ලැබෙන බව ව්‍යුත්පන්න කරන්න.
- ඉහත ප්‍රවේග සමීකණය කාලය විෂයෙන් අවකලනය කිරීමෙන් $\underline{a}_{B,A} = \underline{a}_{B,O} - \underline{a}_{O,A}$ යන්න ව්‍යුත්පන්න කරන්න.
- සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය ඒකාකාර විට එක් වස්තුවකට සාපේක්ෂ ව වෙනත් වස්තුවක ප්‍රවේගය සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

4. ඒකාකාර සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය යටතේ එක් වස්තුවකට සාපේක්ෂ ව තවත් වස්තුවක ගමන් මාර්ගය සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.6 : තාත්ත්වික ලෝකයේ ගැටලු විසඳීමට සාපේක්ෂ චලිතයේ මූලධර්ම භාවිත කරයි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :
1. ගැටලු විසඳීම සඳහා සාපේක්ෂ චලිත මූලධර්ම භාවිත කරයි.
2. අංශු දෙකක් අතර කෙටි ම දුර සොයයි.
3. වස්තු දෙකක් ගැටීම සඳහා අවශ්‍යතා සොයයි.
4. ගැටලු විසඳීම සඳහා දෛශික භාවිත කරයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය ඒකාකාර විට පහත දෑ සෙවීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
    - අංශුවකට හෝ වස්තුවකට සාපේක්ෂ ව අංශුවක ප්‍රවේගය
2. අංශු දෙකක් අතර කෙටි ම දුර සහ එම දුර ළඟා වීමට ගත වන කාලය සෙවීම විස්තර කරන්න.
3. අංශු දෙකක් හමු වීමට ගත වන කාලය (හමුවේ නම්) සහ හමුවන විට ඒවායේ පිහිටුම් පිළිබඳ විස්තර කරන්න.
    - ගමන් මාර්ගය සම්පූර්ණ කිරීමට ගත වන කාලය සොයන්න.
4. ජලයට හෝ වාතයට සාපේක්ෂ ව චලිත ඇතුළත් ගැටලු ඉදිරිපත් කරන්න.
    - දෛශික භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.

නිපුණතා මට්ටම 3.8 : අවස්ථිති රාමුවකට සාපේක්ෂ ව සිදු වන චලිත පැහැදිලි කිරීමට නිව්ටන් නියම යොදා ගනියි.

කාලච්ඡේද ගණන : 10

ඉගෙනුම් පල :
1. චලිතය පිළිබඳ ව නිව්ටන්ගේ පළමුවන නියමය ප්‍රකාශ කරයි.
2. බලය අර්ථ දක්වයි.
3. ස්කන්ධය අර්ථ දක්වයි.
4. අංශුවක රේඛිය ගම්‍යතාව අර්ථ දක්වයි.
5. රේඛීය ගම්‍යතාව දෛශික රාශියක් බව ප්‍රකාශ කරයි.
6. රේඛීය ගම්‍යතාවෙහි මාන සහ ඒකක ප්‍රකාශ කරයි.
7. අවස්ථිති රාමුව විස්තර කරයි.
8. චලිතය පිළිබඳ නිව්ටන්ගේ දෙවන නියමය ප්‍රකාශ කරයි.
9. බලය මැනීමේ නිරපේක්ෂ ඒකකය දක්වයි.
10. නිව්ටන්ගේ දෙවන නියමය අනුව සමීකරණය ව්‍යුත්පන්න කරයි.
11. සමීකරණයේ දෛශික ස්වභාවය පැහැදිලි කරයි.
12. බලය මැනීමේ ගුරුත්වාකර්ෂණ ඒකකය සඳහන් කරයි.
13. ස්කන්ධය සහ බර අතර වෙනස පැහැදිලි කරයි.
14. ක්‍රියාව සහ ප්‍රතික්‍රියාව විස්තර කරයි.
15. නිව්ටන්ගේ තුන්වන නියමය ප්‍රකාශ කරයි.
16. සමීකරණය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳයි.
17. ස්පර්ශ ව ඇති වස්තු සහ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවලින් සම්බන්ධ ව ඇති අංශු ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.
18. කප්පි ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.
19. කුඤ්ඤ ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳයි.

ඉගෙනුම්-ඉගැන්වීම් ක්‍රියාවලිය සඳහා අත්වැලක් :

1. ''වස්තුවක් ම බාහිර බලයක් ක්‍රියා නොකරන තාක් එම වස්තුව නිශ්චල ව පවතී නැතහොත් සරල රේඛාවක් දිගේ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි'' යන්න පැහැදිලි කරන්න.
2. චලිත වන වස්තුවක චලිතය වෙනස් කරන බාහිර ක්‍රියාව 'බලය' ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
3. යම් වස්තුවක් මත යෙදෙන බලයක් නිසා එම වස්තුව චලනයට නැඹුරු වීමට ප්‍රමාණය ලෙස ස්කන්ධය අර්ථ දක්වන්න.
4. ස්කන්ධය m වන අංශුවක් $\underline{u}$ ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන විට එහි රේඛීය ගම්‍යතාව $m\underline{u}$ ලෙස අර්ථ දක්වන්න.
5. $m\underline{u}$ ගුණිතයේ $\underline{u}$ ප්‍රවේගය දෛශිකයක් නිසා රේඛීය ගම්‍යතාව ද දෛශිකයක් බව පෙන්වා දෙන්න.
6. රේඛිය ගම්‍යතාවයේ මාන $\left[\mathrm{MLT}^{-1}\right]$ සහ රේඛීය ගම්‍යතාවයේ ඒකක $kgms^{-1}$ බව හඳුන්වා දෙන්න.
7. පෘථිවියට සාපේක්ෂ ව නිශ්චල ව පවතින හෝ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන සමුද්දේශ රාමුවක් ''අවස්ථිති රාමුවක්'' ලෙස හඳුන්වන්න.

   [පොළොව මතු පිට සිදු වන සාමාන්‍ය චලිත අධ්‍යයනයේ දී පොළොව අවස්ථිති රාමුව ලෙස සලකනු ලබයි.]
8. වස්තුවක රේඛීය ගම්‍යතාව වෙනස් වීමේ ශීඝ්‍රතාව එම වස්තුව මත ක්‍රියා කරන බාහිර බලයට අනුලෝමව සමානුපාතික වේ. නිව්ටන්ගේ දෙවන නියමය මගින් $\underline{\mathrm{F}} = m\underline{a}$ ව්‍යුත්පන්න කරන්න.
9. $1kg$ ක ස්කන්ධයක් මත $1ms^{-2}$ ත්වරණයක් ලබා දීමට අවශ්‍ය බලය නිව්ටනයක් (N) ලෙස අර්ථ දක්වන්න. මෙය බලය මැනීමේ නිරපේක්ෂ ඒකකය ලෙස හඳුන්වා දෙන්න.
10. නිව්ටන්ගේ අර්ථ දැක්වීම අනුව $\underline{\mathrm{F}} = km\underline{a}$ හි $k=1$ බව පෙන්වා දී, නිව්ටන් චලිත සමීකරණය $\underline{\mathrm{F}} = m\underline{a}$ ආකාරය ලබා ගන්න.

    $\underline{\mathrm{F}} = m\underline{a}$ සමීකරණයෙහි

    F නිව්ටනවලින් (N)

    m කිලෝග්‍රෑම්වලින් ද (kg)

    a තත්පරයට තත්පරයට මීටරවලින් ද $\left(ms^{-2}\right)$ යෙදිය යුතු බව අවධාරණය කරන්න.
11. $\underline{\mathrm{F}} = m\underline{a}$ සමීකරණය අනුව $\underline{\mathrm{F}}$ බලය යෙදෙන දිශාවට ත්වරණය සිදු වන බව පෙන්වා දෙන්න.

බලය සහ ත්වරණය ඕනෑ ම දිශාවකට විභේදනය කිරීමෙන් ද මෙම සමීකරණය භාවිත කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

12. බලය මැනීමේ ගුරුත්වාකර්ෂණ ඒකකය ලෙස kg බර හඳුන්වා දෙන්න. එනම් $1kg$ ස්කන්ධයක් පෘථිවි කේන්ද්‍රය දෙසට ආකර්ෂණය කෙරෙන බලය කිලෝග්‍රෑම් බර එකකි.
13. වස්තුවක ස්කන්ධය යනු එහි අඩංගු පදාර්ථ ප්‍රමාණය වන අතර එය අදිශ රාශියක් බවත් එම වස්තුව පොළොව දෙසට ආකර්ෂණය කෙරෙන ගුරුත්වජ බලය එහි බර ලෙස හඳුන්වන්න. ස්කන්ධය kg වලින් ද, ගුරුත්වජ ත්වරණය ms^{-2} වලින් ද මැන්න විට බරෙහි ඒකක N වලින් ලැබෙන බව ද සඳහන් කරන්න.
14. විවිධ බල ප්‍රභේද සිහිපත් කර එක් එක් අවස්ථාවේ දී ක්‍රියාව සහ ප්‍රතික්‍රියාව ඇති වන ආකාරය උදාහරණ ඇසුරින් පෙන්වා දෙන්න.
15. වස්තූන් අතර ඇති කරන සෑම ක්‍රියාවකට ම විශාලත්වයෙන් සමාන වූ දිශාවෙන් ප්‍රතිවිරුද්ධ වූ ද ප්‍රතික්‍රියාවක් පවතී.
16. $\underline{F} = m\underline{a}$ භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳන්න.
17. පහත සඳහන් අවස්ථා යටතේ ගැටලු විසඳීමට සිසුන් යොමු කරන්න.
    - i වස්තුවක් මත බාහිර අසංතුලිත බලයක් ක්‍රියා කරන විට දී එහි ත්වරණය සෙවීම, ත්වරණය දන්නා විට බාහිර සම්ප්‍රයුක්ත බලය සෙවීම
    - ii වස්තු පද්ධතියක් මත බාහිර බලයක් ක්‍රියා කරන විට, පද්ධතියේ ත්වරණය සෙවීම, පද්ධතියේ අඩංගුව ඇති වස්තූන් අතර අන්තර් ක්‍රියා ගණනය කිරීම
    - iii තන්තුවකින් සබැඳි වස්තූන් දෙකක් මත බාහිර බලයක් නිසා ඇති වන ත්වරණය, තන්තුවේ ආතතිය පිළිබඳ ගැටලු
    - iv රළු තලයක් මත අංශුවක චලිතය පිළිබඳ ගැටලු
    - v විවිධ ත්වරණවලින් චලනය වන තන්තුවලින් සබැඳි, සුමට අංශු හෝ දෘඪ වස්තුවලින් සමන්විත පද්ධතිවල චලිතය පිළිබඳ ගැටලු. (සුමට කප්පි ද ඇතුළත් වේ.)
    - vi චලනයට නිදහස් කුඤ්ඤ මත අංශුවල චලිතය
18. කප්පි ඇතුළත් ගැටලු විසඳන්න.
19. කුඤ්ඤ ඇතුළත් ගැටලු විසඳන්න.